

Calcolo Scientifico e Matematica Applicata
Scritto Generale, 10.09.2019, Ingegneria **Ambientale**

Valutazione degli esercizi: $1 \mapsto 4$, $2 \mapsto 10$, $3 \mapsto 8$, $4 \mapsto 8$.

1. Risolvere, con il metodo degli integrali generali, il seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} - 18u_{xt} + 65u_{xx} = 0, \\ u(x, 0) = x^2 + 3, \quad u_t(x, 0) = 3x - 2. \end{cases}$$

2. Discutere la risoluzione, mediante separazione delle variabili, del seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} - 8u_x + 12u + 4x - 1, & 0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0, \\ u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = -\frac{17}{36}, \\ u(x, 0) = g(x), \quad u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

3. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema iperbolico

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + (2x^2 + 3)u_x - 6u_t - (2+x)^2u + x^4 \sin^2(2x), \\ \qquad \qquad \qquad -1 \leq x \leq 3, \quad 0 \leq t \leq 12, \\ u(-1, t) = f_1(t), \quad u(3, t) = f_2(t), \\ u(x, 0) = x + 2, \quad u_t(x, 0) = x^2 + 1. \end{cases}$$

Discutere le condizioni sul passo affinché la matrice del sistema sia invertibile.

4. Illustrare, mediante il metodo degli elementi finiti, la risoluzione numerica del seguente problema parabolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = [(3 + x^2)u_x]_x - (1 + \cos^2(x))u + f(x), & 0 \leq x \leq \pi, \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x), \quad u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

Discutere le proprietà principali delle matrici del sistema.

Calcolo Scientifico e Matematica Applicata
Scritto Generale, 10.09.2019, Ingegneria **Meccanica**

Valutazione degli esercizi: $1 \mapsto 4$, $2 \mapsto 10$, $3 \mapsto 8$, $5 \mapsto 8$.

1. Risolvere, con il metodo degli integrali generali, il seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} - 18u_{xt} + 65u_{xx} = 0, \\ u(x, 0) = x^2 + 3, \quad u_t(x, 0) = 3x - 2. \end{cases}$$

2. Discutere la risoluzione, mediante separazione delle variabili, del seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} - 8u_x + 12u + 4x - 1, & 0 \leq x \leq 1, \quad t \geq 0, \\ u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = -\frac{17}{36}, \\ u(x, 0) = g(x), \quad u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

3. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema iperbolico

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + (x^2 + 3)u_x - 6u_t - (2 + x)^2u + x^4 \sin^2(2x), \\ \qquad \qquad \qquad -1 \leq x \leq 3, \quad 0 \leq t \leq 12, \\ u(-1, t) = f_1(t), \quad u(3, t) = f_2(t), \\ u(x, 0) = x + 2, \quad u_t(x, 0) = x^2 + 1. \end{cases}$$

Discutere le condizioni sul passo affinché la matrice del sistema sia invertibile.

5. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema ellittico

$$\begin{cases} -(1+x^2+y^2)u_{xx} - (1+x^2+y^2)u_{yy} + (1+3\sin^2(x+y))u = f(x, y), \\ \qquad \qquad \qquad 0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq y \leq 2\pi, \\ u(x, 0) = g_1(x), \quad u(x, 2\pi) = g_2(x), \\ u(0, y) = h_1(y), \quad u(\pi, y) = h_2(y). \end{cases}$$

Discutere le proprietà principali della matrice del sistema.