Calcolo Scientifico e Matematica Applicata
Scritto Generale, 14.11.2018, Ingegneria **Meccanica**

Valutazione degli esercizi: $1 \mapsto 4$, $2 \mapsto 10$, $3 \mapsto 8$, $4 \mapsto 8$

1. Risolvere, con il metodo degli integrali generali, il seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} - 15u_{xt} + 56u_{xx} = 0, \\ u(x,0) = x^2 + 1, \quad u_t(x,0) = 5x - 1. \end{cases}$$

2. Discutere la risoluzione, mediante separazione delle variabili, del seguente problema parabolico:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} - 6u_x + 12u + 2x - 1, \quad 0 \le x \le 12, \ t \ge 0, \\ u(0,t) = 0, \quad u(12,t) = -2, \\ u(x,0) = g(x). \end{cases}$$

3. Determinare lo spettro del seguente problema di Sturm-Liouville:

$$\begin{cases} y'' + 8y' + (20 + \lambda)y = 0, \quad 0 \le x \le 2\pi, \\ y'(0) + 3y(0) = 0, \\ y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

4. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema iperbolico

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + (x^2+1)u_x - 4\,u_t - (1+x)^2 u + x^4 \cos^2(x), \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 0 \le x \le 2, \quad 0 \le t \le 12, \\ u(0,t) = f_1(t), \quad u(2,t) = f_2(t), \\ u(x,0) = x + 2, \quad u_t(x,0) = x^2 + 1. \end{cases}$$

Discutere le condizioni sul passo affinché la matrice del sistema sia invertibile.