

## Calcolo Scientifico e Matematica Applicata

Scritto Generale, 16.04.2018, Ingegneria **Ambientale**, fuori corso

Valutazione degli esercizi:  $1 \mapsto 4$ ,  $2 \mapsto 10$ ,  $3 \mapsto 8$ ,  $4 \mapsto 8$ .

1. Risolvere, con il metodo degli integrali generali, il seguente problema a valori iniziali:

$$\begin{cases} u_{tt} + 18u_{xt} + 45u_{xx} = 0, \\ u(x, 0) = 2x^2 + 1, \quad u_t(x, 0) = 2x + 1. \end{cases}$$

2. Discutere la risoluzione, mediante separazione delle variabili, del seguente problema parabolico:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} - 6u_x + 8u + x + 2, & 0 \leq x \leq 2\pi, \quad t \geq 0, \\ u(0, t) = u(2\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x). \end{cases}$$

3. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + (x^2 + 1)u_x - 2u_t - (1 + x^2)u + x^2 \sin^2(3x), \\ \qquad \qquad \qquad 0 \leq x \leq 5, \quad 0 \leq t \leq 10, \\ u(0, t) = f_1(t), \quad u(5, t) = f_2(t), \\ u(x, 0) = 2x + 1, \quad u_t(x, 0) = x^2 + 1. \end{cases}$$

Discutere le condizioni sul passo affinché la matrice del sistema sia invertibile.

4. Illustrare, mediante il metodo degli elementi finiti, la risoluzione numerica del seguente problema parabolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = [(1 + x^4)u_x]_x - (2 + \sin(x))u + f(x), & 0 \leq x \leq \pi, \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x). \end{cases}$$

Discutere le proprietà principali delle matrici del sistema che sono pertinenti alla sua risolubilità unica.

## Calcolo Scientifico e Matematica Applicata

Scritto Generale, 16.04.2018, Ingegneria **Meccanica**, fuori corso

Valutazione degli esercizi: 1  $\mapsto$  4, 2  $\mapsto$  10, 3  $\mapsto$  8, 5  $\mapsto$  8.

1. Risolvere, con il metodo degli integrali generali, il seguente problema a valori iniziali:

$$\begin{cases} u_{tt} + 18u_{xt} + 45u_{xx} = 0, \\ u(x, 0) = 2x^2 + 1, \quad u_t(x, 0) = 2x + 1. \end{cases}$$

2. Discutere la risoluzione, mediante separazione delle variabili, del seguente problema parabolico:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} - 6u_x + 8u + x + 2, & 0 \leq x \leq 2\pi, \quad t \geq 0, \\ u(0, t) = u(2\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x). \end{cases}$$

3. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + (x^2 + 1)u_x - 2u_t - (1 + x^2)u + x^2 \sin^2(3x), \\ \qquad \qquad \qquad 0 \leq x \leq 5, \quad 0 \leq t \leq 10, \\ u(0, t) = f_1(t), \quad u(5, t) = f_2(t), \\ u(x, 0) = 2x + 1, \quad u_t(x, 0) = x^2 + 1. \end{cases}$$

Discutere le condizioni sul passo affinché la matrice del sistema sia invertibile.

5. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema ellittico

$$\begin{cases} -(3+x^2+y^2)u_{xx} - (3+x^2+y^2)u_{yy} + (2+\cos(x+y))u = f(x, y), \\ \qquad \qquad \qquad 0 \leq x \leq 2\pi, \quad 0 \leq y \leq \pi, \\ u(x, 0) = g_1(x), \quad u(x, \pi) = g_2(x), \\ u(0, y) = h_1(y), \quad u(2\pi, y) = h_2(y). \end{cases}$$

Discutere le proprietà principali delle matrici del sistema che sono pertinenti alla sua risolubilità unica.