

Calcolo Scientifico e Matematica Applicata
Scritto Generale, 18.07.2018, Ingegneria **Meccanica**

Valutazione degli esercizi: $1 \mapsto 4$, $2 \mapsto 10$, $3 \mapsto 8$, $5 \mapsto 8$.

1. Risolvere, con il metodo degli integrali generali, il seguente problema a valori iniziali:

$$u_{tt} + 14u_{xt} + 24u_{xx} = 0, \quad u(x, 0) = x^2 + 7, \quad u_t(x, 0) = 3x + 5.$$

2. Discutere la risoluzione, mediante separazione delle variabili, del seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + 16u_x + 8u_t + 2x + 1, & 0 \leq x \leq \pi, \quad t \geq 0, \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x), \quad u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

3. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + (x^4 + 2)u_x - (1 + x^2)u + x^4 \cos^2(5x), \\ \qquad \qquad \qquad 0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq t \leq 12, \\ u(0, t) = f_1(t), \quad u(\pi, t) = f_2(t), \\ u(x, 0) = 2x + 3, \quad u_t(x, 0) = x^2 + 1. \end{cases}$$

Discutere le condizioni sui passi spaziale e temporale affinché la matrice del sistema sia invertibile.

5. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema ellittico

$$\begin{cases} -(1+x^4+y^4)u_{xx} - (1+x^4+y^4)u_{yy} + (1+\cos^2(x+y))u = f(x, y), \\ \qquad \qquad \qquad 0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq y \leq \pi, \\ u(x, 0) = g_1(x), \quad u(x, \pi) = g_2(x), \\ u(0, y) = h_1(y), \quad u(\pi, y) = h_2(y). \end{cases}$$

Discutere le proprietà principali delle matrici del sistema pertinenti alla sua risolubilità unica.