

Presenterò un progetto di ricerca sulla risoluzione della equazione di Landau-Lifshitz che descrive la dinamica di un sistema magnetico alle nanoscale. Il progetto rappresenta un proseguimento della mia tesi di laurea sulla più semplice equazione di Heisenberg. Prima darò una breve descrizione del problema di studiare. Poi elencherò le problematiche da studiare successivamente. Poi spiegherò alcuni strumenti matematici utili a raggiungere gli obiettivi di ricerca. Infine verrà presentata la progettazione temporale della ricerca da svolgere.

## 1 Breve descrizione della problematica

Pagine 1-3.

Nel mio lavoro di tesi ho formulato la IST per la HF in modo diverso da come è stata presentata originariamente da Takhtajan nel 1977. Basandomi su questa nuova formulazione ho determinato in forma esplicita tutte le soluzioni solitoniche per l'equazione HF. In particolare ho specificato dettagliatamente tutti e tre i passi della IST, correggendo alcuni errori nella formulazione di Takhtajan.

## 2 Strumenti matematici

**PROBLEMA DIRETTO:** Definire le funzioni di Jost, tagliare le equazioni di Volterra, introdurre le rappresentazione triangolari. Nel caso di modelli con discontinuità di prima specie si prevedono rappresentazioni triangolari contenenti termini quasi periodici.

**DATI DI SCATTERING:** coefficienti di riflessione, norming constants

**EVOLUZIONE TEMPORALE:** Brevemente.

**PROBLEMA INVERSO:** Il vettore  $m(z, t)$  si ottiene dalla soluzione dell'equazione integrale di Marchenko [inserirla]. Nel caso nonriflessivo tale equazione si risolve utilizzando il metodo delle triplette, avendo una forma particolarmente facile il suo nucleo integrale [inserire  $Ce^{-zA}B$ ]. Parlare della gauge transformation, nota per l'equazione di Heisenberg e da generalizzare oltre.

### 3 Problematiche di ricerca

Propongo di generalizzare lo studio dell'equazione di Heisenberg in diverse direzioni.

- a. Equazione di Landau-Lifshitz, modelizzando l'anisotropia. Noi assumiamo che il vettore  $m(z, t)$  sia assolutamente continua in  $z$ . [METTERE L'EQUAZIONE]
- b. Equazione di Heisenberg e di Landau-Lifshitz, dove il vettore  $m(z, t)$  ammette discontinuità di prima specie ed è assolutamente continua tra due discontinuità consecutive. In tal caso si modelizzano mezzi stratificati e si modificano le proprietà asintotiche e le rappresentazioni triangolari delle soluzioni.
- c. Equazioni di Landau-Lifshitz tredimensionali. In tal caso l'equazione non è più integrabile ma ammette ancora soluzioni solitoniche.

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA: Applicare Mathematica per tracciare i grafici. Studiare la curvatura e la torsione della curva  $m(z, t)$  in  $S^2$  come funzione del tempo.

APPLICAZIONI FISICHE: droplet magnetici.

### 4 Progettazione temporale

Al primo anno propongo acquisire familiarità con la letteratura e con gli strumenti matematici, qualcosa in parte già fatto durante la preparazione della tesi di laurea e del lavoro sottoposto. Per questo motivo prevedo la partecipazioni in minicorsi e in convegni e una visita collaborativa alla Northumbria University, dove risiedono i proff. Matteo Sommacal e Sara Lombardo.

Al secondo anno prevedo una visita alla University of Colorado, dove risiede uno dei maggiori esperti sui magnetic droplets (Hoeffner) più un'altra visita a Newcastle. Si prevede lo sviluppo della teoria dell'equazione di Landau-Lifshitz in presenza di discontinuità di prima specie, richiedendo una maggiore familiarità con le funzioni quasi periodiche.

Al terzo anno verrà preparata la tesi del dottorato, verranno presentati i maggiori risultati ad un convegno internazionale e verrà iniziato lo studio dei modelli tredimensionali.