

Temi del corso di Fisica Matematica 2: Versione A

A1. Studiare il sistema dinamico  $x_{n+1} = \sigma(x_n)$  per lo shift ternario

$$\sigma(x) = \begin{cases} 3x, & 0 \leq x < \frac{1}{3}, \\ 3x - 1, & \frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{3}, \\ 3x - 2, & \frac{2}{3} \leq x < 1, \end{cases}$$

come sistema dinamico. Esistono  $p$ -cicli per ogni  $p$ ?

A2. La Toda lattice

$$\ddot{q}_n = e^{-(q_n - q_{n-1})} - e^{-(q_{n+1} - q_n)}$$

come equazione integrabile: Formulazione hamiltoniana, coppia AKNS, risoluzione del problema di Cauchy, soluzioni solitoniche.

Temi del corso di Fisica Matematica 2: Versione B

B1. Studiare il sistema discreto definito dalla relazione di ricorrenza

$$P_{n+2}(x) = \frac{2x}{n+2}P_{n+1}(x) - \frac{n+1}{n+2}P_n(x),$$

dove  $-1 \leq x \leq +1$ . Studiare la stabilità e l'instabilità. Per quali valori di  $x$  ci sono  $p$ -cicli?

B2. La Korteweg-de Vries modificata (mKdV)

$$u_t + 6u^2u_x + u_{xxx} = 0$$

come equazione integrabile: Formulazione hamiltoniana, coppia AKNS, risoluzione del problema di Cauchy, soluzioni solitoniche.

Temi del corso di Fisica Matematica 2: Versione C

- C1. Determinare i punti di equilibrio del sistema di Lotka-Volterra modificato

$$\begin{cases} x' = x(2 - 2y - 3x), \\ y' = y(-1 + 5x + 3y). \end{cases}$$

Determinare la natura dei punti di equilibrio.

- C2. La sine-Gordon (SG)

$$u_{xt} = \sin(u)$$

come equazione integrabile: Formulazione hamiltoniana, coppia AKNS, risoluzione del problema di Cauchy, soluzioni solitoniche.

Temi del corso di Fisica Matematica 2: Versione D

- D1. Calcolare dettagliatamente le dimensioni di Hausdorff della curva di Koch e del tappeto di Sierpiński.
- D2. L'equazione nonlineare di Schrödinger (NLS)

$$iu_t + u_{xx} \pm 2|u|^2u = 0$$

come equazione integrabile: Formulazione hamiltoniana, coppia AKNS, risoluzione del problema di Cauchy, soluzioni solitoniche.

Temi del corso di Fisica Matematica 2: Versione E

E1. Studiare il sistema dinamico  $x_{n+1} = F(x_n)$ , dove

$$F(x) = \begin{cases} 2rx, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \\ 2r(1-x), & \frac{1}{2} \leq x \leq 1, \end{cases}$$

al variare di  $0 < r \leq 1$ . Determinare i punti di equilibrio e loro natura. Per quali  $r$  esistono  $p$ -cicli per ogni  $p$ ?

E2. La Camassa-Holm (CH)

$$u_t - u_{xxt} + 2\kappa u_x + 3uu_x - 2u_x u_{xx} - uu_{xxx} = 0$$

come equazione integrabile: Formulazione hamiltoniana, coppia AKNS, risoluzione del problema di Cauchy, soluzioni solitoniche.