Istituzioni di Matematiche per Geologi
Scritto Generale: 31-1-2001; Nuovo Ordinamento; Docente: C. Van der Mee

COGNOME e NOME: .....

MATRICOLA: .....FIRMA: .....

1. Calcolare il determinante della seguente matrice

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 1 & 6 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. Risolvere il seguente sistema di equazioni

$$\begin{cases} 2x - 9y - 5z = -3, \\ 2x - 3y + 9z = 3, \\ x - 3y + z = 0. \end{cases}$$

3. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x \operatorname{tg}(5x)}.$$

4. Consideriamo la seguente funzione:

$$f(x) = \left(\frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}} \right)^2.$$

   a. Calcolare i suoi zeri e determinare il suo segno.
   b. Trovare i suoi eventuali asintoti verticali e orizzontali.
   c. Calcolare la sua derivata.
   d. Trovare i suoi punti di massimo e minimo.
   e. Tracciare il suo grafico.

5. Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^2 (2x + 1)^3 \, dx.$$

6. Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y' = -\frac{x}{y}.$$

7. Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y'' + 6y' + 9y = 0.$$

8. Determinare la probabilità di ottenere

   a. la probabilità di ottenere quattro volte "due" in sei lanci di un dado;

   b. la probabilità condizionata per ottenere un "uno" al quinto lancio se i primi quattro lanci hanno condotto a quattro "quattro".

9. Consideriamo la retta di regressione per i punti $(1, 3)$, $(2, 2)$, $(4, 6)$ e $(5, 5)$.

   a. Calcolare la media $\overline{x}$, $\overline{y}$, $\overline{xy}$ e $\overline{x^2}$ dei punti x_i, y_i, $x_i y_i$ e x_i^2.

   b. Determinare la retta di regressione $y = ax + b$.

   Vedi la pagina 36 nel libro di Bramanti.