

Dettagli del Programma del Corso Metodi Matematici per l'Ingegneria Elettronica A.A. 2002-2003

- I. L'operatore di Laplace e la separazione delle variabili¹
 - a. Trasformazioni ortogonali. Esempi: coordinate polari, cilindriche, sferiche.
 - b. separazione delle equazioni di Laplace, Helmholtz e Schrödinger in coordinate polari, sferiche, cilindriche e cartesiane.
- II. Equazioni integrali²
 - a. L'equazione di Volterra
 - b. Le equazioni con nucleo degenere
 - c. I quattro teoremi di Fredholm
 - d. Le equazioni con nucleo hermitiano: Il principio di Rayleigh-Ritz, le espressioni per i numeri singolari, la norma di Hilbert-Schmidt, l'ortogonalità e completezza delle autofunzioni.
- III. Problemi di Sturm-Liouville³

¹Appunti pp. 17-24 senza la dimostrazione della Prop. 1.1.

²Appunti Cap. II: pp. 46-47 (Volterra), pp. 48-53 (nucleo degenere, Teoremi di Fredholm), p. 57 (quarto teorema di Fredholm), pp. 62-68 (nucleo hermitiano e Hilbert-Schmidt) senza le dimostrazioni dei teoremi II.23 e II.24. Sulla p. 68 soltanto la (II.102).

³Appunti Cap. III: pp. 79-85 (Sturm-Liouville sull'intervallo), pp.85-86 (autovalori).

- a. Problema di Sturm-Liouville $-(pu')' + qu = \lambda u + f$ in (a, b) più condizioni separate.
- b. Proprietà degli autovalori del problema di Sturm-Liouville

IV. Funzioni speciali⁴

- a. Funzioni di Bessel: Serie di potenza, equazione differenziale, $J_{\pm}(x)$
 $= \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \frac{\sin}{\cos}(x)$, Wronskiano, funzioni di Neumann, ortogonalità, zeri, comportamento se $x \rightarrow 0^+$, comportamento se $x \rightarrow +\infty$, grafico, funzioni di Hankel e di Bessel immaginarie
- b. Funzioni sferiche: definizione, ortogonalità, casi $n = 2$ e $n = 3$, completezza
- c. Polinomi di Legendre: equazione differenziale, formula di Rodrigues, formula di ricorrenza, ortogonalità più normalizzazione
- d. Polinomi associati di Legendre: equazione differenziale, formula di ricorrenza, ortogonalità più normalizzazione
- e. Polinomi di Hermite: equazione differenziale, formula di Rodrigues, formula di ricorrenza, ortogonalità più normalizzazione
- f. Polinomi di Laguerre: equazione differenziale, formula di Rodrigues, formula di ricorrenza, ortogonalità, collegamento con Hermite
- g. Polinomi di Chebyshev di prima e seconda specie: definizioni, formula di ricorrenza, ortogonalità più normalizzazione
- h. La funzione Gamma

V. Problemi al Contorno⁵

- a. La formula di Poisson (L'equazione di Laplace sul disco)

⁴Appunti Cap. III: pp. 88-95 e 99-100 (Bessel) senza la dimostrazione della Proposizione III.7, pp. 100-102 e 108 funzioni sferiche), pp. 102-106 (Legendre) senza la formula generatrice, pp. 107-108 (Legendre associato), pp. 110-111 (Hermite) senza la formula generatrice, pp. 112-117 (Laguerre) senza il calcolo delle costanti e senza la formula generatrice, pp. 117-118 (Chebyshev), Appendice B (Funzione Gamma).

⁵Appunti Cap. IV: pp. 119-120 (Poisson) senza la Proposizione IV.1, pp. 139-141 (onde), pp. 131-139 (Schrödinger).

- b. L'equazione delle onde se è disponibile la soluzione della corrispondente equazione di Helmholtz
- c. Equazione di Schödinger: Separazione in coordinate sferiche, buco di potenziale, oscillatore armonico, idrogeno

VI. Analisi Funzionale⁶

- a. Spazi di Banach e di Hilbert: definizione, completezza della norma, esempi (ℓ^p , L^p , C)
- b. Ortonormalità e completezza: Parseval, approssimazione, polinomi ortogonali, sistema trigonometrico in varie forme
- c. Operatori lineari limitati: norma, esempi (matrici su \mathbb{R}^n e \mathbb{C}^n , matrici infinite su ℓ^1 , operatori integrali su L^1 e C)
- d. invertibilità, invertibilità degli operatori vicino all'operatore identità
- e. Spettro: autovalori, spettro continuo, spettro residuo, esempi
- f. Operatori autoaggiunti: definizione, spettro
- g. Operatori compatti: struttura dello spettro (senza definizione formale) e esempi (operatori integrali)
- h. Distribution theory: Test functions, functionals on test functions, convergence, Dirac delta function

VII. Problemi al Contorno⁷

- a. Equazione di Helmholtz sull'intervallo
- b. Equazione di Helmholtz sul rettangolo
- c. Equazione di Helmholtz sulla retta
- d. Equazione di Helmholtz sulla semiretta
- e. Corrispondenti estensioni all'equazione delle onde

⁶Stakgold Vol. I: pp. 105-112 (spazi di Banach e di Hilbert), pp. 123-127 (ortonormalità), pp. 139-140 e 143-144 (operatori limitati e esempi), Appunti Cap.II pp. 33 (invertibilità) e pp. 34-35 (spettro) e pp. 36-38 (operatori autoaggiunti), pp. 184-186 (operatori compatti), pp. 29-32 (distributions).

⁷O'Neill Cap. XVI: pp. 800-811 e 814-816 (onde, intervallo), pp. 822-826 (onde, retta e semiretta), pp. 837 (trasformata di Fourier coseno e seno), pp. 851-854 (onde, rettangolo), pp. 857-860 (onde, disco).