Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

Versione A

16 Novembre 2021

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!}.$$
Soluzione. La serie è convergente.

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n+1}{n}(x-9)^n.$$
Soluzione. La serie converge puntualmente per $x \in \left[9-\frac{1}{6}, 9+\frac{1}{6}\right)$ e converge uniformemente per $x \in \left[9-\frac{1}{6}, b\right]$, con $b < 9+\frac{1}{6}$.

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{x^2+y^2}-1}{\operatorname{tg}(x^2+y^2)}.$$
Soluzione. Il limite esiste e vale 1.

4. Dire se la seguente funzione è continua, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{4xy(y^2-x^2)}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$
Soluzione. La funzione è continua e differenziabile in $(0,0)$. Il piano tangente è $z=0$.

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = x^4 + y^3 - 4x^2 - 3y^2.$$
Soluzione. Il punto $(0,0)$ è di massimo relativo. I punti $(-\sqrt{2}, 2)$ e $(\sqrt{2}, 2)$ sono di minimo relativo. I punti $(0,2)$, $(-\sqrt{2}, 0)$ e $(\sqrt{2}, 0)$ sono di sella.

6. Determinare gli estremi globali della seguente funzione
$$f(x,y) = x^2 + 2y^2 - 4x - 7 \quad \text{nell' insieme } A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \le 9\}.$$
Soluzione. I punti $(-2, \sqrt{5})$ e $(-2, -\sqrt{5})$ sono di massimo assoluto. Il punto $(2,0)$ è di minimo assoluto.

Nome e cognome:..

Matricola:..

CFU:..

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

Versione B

16 Novembre 2021

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n+1}}{n!}.$$
Soluzione. La serie è convergente.

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+1}{n}(x-3)^n.$$
Soluzione. La serie converge puntualmente per $x \in \left[3-\frac{1}{2}, 3+\frac{1}{2}\right)$ e converge uniformemente per $x \in \left[3-\frac{1}{2}, b\right]$, con $b < 3+\frac{1}{2}$.

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{x^2-y^2}-1}{\operatorname{tg}(x^2+y^2)}.$$
Soluzione. Il limite non esiste.

4. Dire se la seguente funzione è continua, differenziabile in $(1,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \frac{x^2y}{\sqrt{x^2+y^2}}.$$
Soluzione. La funzione è continua e differenziabile in $(1,0)$. Il piano tangente è $z = y$.

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = x^4 - y^3 - 4x^2 - 3y^2.$$
Soluzione. Il punto $(0,0)$ è di massimo relativo. I punti $(-\sqrt{2},-2)$ e $(\sqrt{2},-2)$ sono di minimo relativo. I punti $(0,-2)$, $(\sqrt{2},0)$ e $(-\sqrt{2},0)$ sono di sella.

6. Determinare gli estremi globali della seguente funzione
$$f(x,y) = 2x^2 + y^2 + 6x - 7 \quad \text{nell' insieme } A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \le 16\}.$$
Soluzione. Il punto $(4,0)$ è di massimo assoluto. Il punto $(-\frac{3}{2},0)$ è di minimo assoluto.