

Tutorato ANALISI MATEMATICA 2

A.A. 2021/2022

Docente: Dott.ssa Silvia Frassu

Tutor: Dott.ssa Federica Pes

Esercitazione 1 del 14/10/2021

Serie numeriche

1) Studiare il carattere delle seguenti serie

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n n^2}{5^n}, \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2 + 1}, \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}, \quad (d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^n n!}, \quad (e) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n)},$$
$$(f) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 1}{n^4 + n + 1}, \quad (g) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n - 1}{3n^2 + 2}, \quad (h) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{n^2 + 1}.$$

SOLUZIONE: (a) converge, (b) diverge, (c) converge, (d) diverge, (e) diverge, (f) converge, (g) diverge, (h) converge.

2) Studiare per $x > 0$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}.$$

SOLUZIONE: Se $0 < x < 1$ converge. Se $x \geq 1$ diverge.

3) Studiare la convergenza e, se esiste, calcolare la somma delle serie:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + 1}{n^4 + 2n^3 + n^2}, \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{4n^2 + 8n + 3}.$$

SOLUZIONE: (a) converge e $S = 1$. (b) converge e $S = 1/3$.

4) Determinare il carattere delle serie:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}, \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}.$$

SOLUZIONE: (a) converge. (b) diverge positivamente.

5) Studiare la convergenza semplice e assoluta delle serie:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{n^n}, \quad (b) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{e^n}{n!}.$$

SOLUZIONE: Entrambe le serie convergono assolutamente, quindi convergono anche semplicemente.

6) Studiare la convergenza semplice e assoluta delle serie:

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \arctan\left(\frac{n+1}{n^2+1}\right), \quad (b) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \sin\left(\frac{n+2}{n^2+2}\right).$$

SOLUZIONE: Entrambe le serie non convergono assolutamente, ma convergono semplicemente.