

# Tutorato ANALISI MATEMATICA 2

A.A. 2021/2022

Docente: Dott.ssa Silvia Frassu

Tutor: Dott.ssa Federica Pes

## Esercitazione 4 del 03/11/2021

### *Derivate seconde e studio dei punti critici*

1) Determinare i punti critici delle seguenti funzioni, studiandone la natura:

$$(a) f(x, y) = x^3 + y^3 + xy, \quad (b) f(x, y) = (x - y)e^{-(x^2+y^2)},$$

$$(c) f(x, y) = \frac{x}{1 + x^2 + y^2}, \quad (d) f(x, y) = (x + y)^3 - 3x - y^3 + 4,$$

$$(e) f(x, y) = (x - 4)^2 + y^4, \quad (f) f(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2.$$

#### SOLUZIONE:

(a) il punto  $(0, 0)$  è di sella; il punto  $(-1/3, -1/3)$  è di massimo locale.

(b) il punto  $(1/2, -1/2)$  è di massimo locale; il punto  $(-1/2, 1/2)$  è di minimo locale.

(c) il punto  $(1, 0)$  è di massimo locale; il punto  $(-1, 0)$  è di minimo locale.

(d) il punto  $(0, 1)$  è di sella; il punto  $(-2, 1)$  è di massimo locale; il punto  $(0, -1)$  è di sella; il punto  $(2, -1)$  è di minimo locale.

(e) il punto  $(4, 0)$  è di minimo globale.

(f) il punto  $(0, 0)$  è di sella; il punto  $(1, 1)$  è di minimo locale.

2) Scrivere la matrice Hessiana delle seguenti funzioni:

$$(a) f(x, y) = \arctan \frac{x - y}{1 + xy}, \quad (b) f(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}.$$

#### SOLUZIONE:

$$(a) H_f = \begin{bmatrix} -\frac{2x}{(1+x^2)^2} & 0 \\ 0 & \frac{2y}{(1+y^2)^2} \end{bmatrix}$$

$$(b) H_f = \frac{1}{(x^2 + y^2)^2} \begin{bmatrix} y^2 - x^2 & -2xy \\ -2xy & x^2 - y^2 \end{bmatrix}$$