

# Indice

<b>Prefazione</b>	<b>11</b>
<b>1 INTRODUZIONE</b>	<b>13</b>
1.1 Buona posizione e condizionamento . . . . .	13
1.2 Algoritmi . . . . .	15
1.3 Caratterizzazione degli algoritmi . . . . .	18
<b>2 COMPLEMENTI DI ALGEBRA LINEARE</b>	<b>21</b>
2.1 Richiami . . . . .	21
2.1.1 Spazi . . . . .	21
2.1.2 Matrici . . . . .	26
2.1.3 Autovalori e autovettori . . . . .	29
2.2 Matrici di forma particolare . . . . .	31
2.3 Norme matriciali . . . . .	34
2.4 Matrici irriducibili . . . . .	40
2.5 Localizzazione degli autovalori . . . . .	43
2.6 Matrici diagonalmente dominanti . . . . .	48
<b>3 ARITMETICA FINITA</b>	<b>51</b>
3.1 Sistemi di numerazione . . . . .	51
3.2 Origine e misura degli errori . . . . .	53
3.3 Numeri di macchina . . . . .	54
3.4 Propagazione . . . . .	62
<b>4 METODI DIRETTI PER SISTEMI LINEARI</b>	<b>67</b>
4.1 Condizionamento di un sistema lineare . . . . .	67
4.2 Sistemi lineari "facili" . . . . .	72
4.3 Il metodo di Gauss . . . . .	75

---

4.3.1 Pivoting . . . . .	79
4.3.2 Fattorizzazioni $A = LU$ e $PA = LU$ . . . . .	83
4.3.3 Matrici elementari di Gauss . . . . .	88
4.4 <i>Scaling</i> . . . . .	91
4.5 Altre fattorizzazioni LU . . . . .	92
4.6 Fattorizzazione QR . . . . .	95
4.6.1 Matrici elementari di Householder . . . . .	96
4.6.2 Fattorizzazione QR di Householder . . . . .	98
4.6.3 Fattorizzazione QR di Givens . . . . .	103
4.6.4 Ortogonalizzazione di Gram-Schmidt . . . . .	106
4.7 Problemi ai minimi quadrati . . . . .	109
4.7.1 Il metodo delle equazioni normali . . . . .	111
4.7.2 Risoluzione mediante la fattorizzazione QR . . . . .	113
<b>5 METODI ITERATIVI PER SISTEMI LINEARI</b>	<b>117</b>
5.1 Metodi iterativi del prim'ordine . . . . .	118
5.2 Costruzione di metodi iterativi lineari . . . . .	120
5.3 Criteri di arresto . . . . .	124
5.4 Precondizionamento . . . . .	126
5.4.1 Fattorizzazione LU incompleta . . . . .	128
5.4.2 Il preconditionatore di Chan . . . . .	130
5.5 Metodi di rilassamento . . . . .	131
5.6 Il metodo del gradiente . . . . .	132
5.7 Il metodo del gradiente coniugato . . . . .	136
5.8 Iterazioni in sottospazi di Krylov . . . . .	141
5.8.1 Il gradiente coniugato come metodo di Krylov . . . . .	142
5.8.2 L'iterazione di Arnoldi . . . . .	144
5.8.3 L'iterazione di Lanczos . . . . .	148
5.8.4 Il metodo GMRES . . . . .	149
<b>6 AUTOVALORI ED AUTOVETTORI</b>	<b>153</b>
6.1 Forme canoniche . . . . .	153
6.2 Introduzione agli algoritmi numerici . . . . .	157
6.3 Il metodo delle potenze . . . . .	161
6.4 L'algoritmo QR . . . . .	165
6.5 Passaggio in forma di Hessenberg . . . . .	168

---

<b>7</b>	<b>EQUAZIONI NON LINEARI</b>	<b>171</b>
7.1	Introduzione . . . . .	172
7.2	Zeri di polinomi . . . . .	175
7.3	Il metodo di bisezione . . . . .	176
7.4	Il metodo di Newton . . . . .	179
7.5	Metodi <i>quasi-Newton</i> . . . . .	182
7.6	Iterazioni di punto fisso . . . . .	186
7.7	Sistemi di equazioni non lineari . . . . .	191
7.7.1	Il metodo di Broyden . . . . .	196
<b>8</b>	<b>APPROSSIMAZIONE DI FUNZIONI</b>	<b>199</b>
8.1	Interpolazione . . . . .	199
8.2	Interpolazione polinomiale . . . . .	201
8.2.1	Polinomio interpolante di Lagrange . . . . .	203
8.2.2	Errore di interpolazione . . . . .	208
8.2.3	Le costanti di Lebesgue . . . . .	213
8.2.4	La formula di Neville . . . . .	217
8.2.5	Polinomio interpolante di Newton . . . . .	218
8.2.6	Rappresentazione alternativa dell'errore . . . . .	222
8.3	Approssimazione ai minimi quadrati . . . . .	222
8.3.1	Il caso discreto . . . . .	223
8.3.2	Il caso generale . . . . .	225
8.4	Funzioni spline . . . . .	229
<b>9</b>	<b>INTEGRAZIONE NUMERICA</b>	<b>233</b>
9.1	Formule di quadratura . . . . .	233
9.2	Formule di Newton-Cotes . . . . .	235
9.2.1	Formule di Newton-Cotes con $n$ pari . . . . .	239
9.2.2	Errore delle formule di Newton-Cotes . . . . .	239
9.3	Funzioni peso ed integrali con singolarità . . . . .	242
9.4	Formule a precisione ottimale . . . . .	244
9.4.1	Polinomi ortogonali . . . . .	245
9.4.2	Formule Gaussiane . . . . .	248
9.4.3	Alcune famiglie di polinomi ortogonali . . . . .	251
<b>10</b>	<b>EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE</b>	<b>255</b>
10.1	Il problema di Cauchy . . . . .	255
10.2	Formule alle differenze finite . . . . .	259

---

10.3	Differenze finite e formule di quadratura . . . . .	263
10.4	Errori nelle formule monostep . . . . .	265
10.4.1	Verifica della consistenza e dell'ordine . . . . .	268
10.4.2	Influenza degli errori di arrotondamento . . . . .	270
10.5	Stima automatica del passo ottimale . . . . .	271
10.6	Impiego di metodi impliciti . . . . .	274
10.7	Sistemi ed equazioni di ordine superiore . . . . .	276
10.8	Costruzione di formule multistep . . . . .	279
10.9	Convergenza nelle formule multistep . . . . .	283
10.9.1	Consistenza . . . . .	284
10.9.2	Stabilità . . . . .	287
10.9.3	Soluzione di un'equazione alle differenze . . . . .	291
10.10	Equazioni <i>stiff</i> e A-stabilità . . . . .	293
10.11	Costruzione delle formule di Runge-Kutta . . . . .	298
10.11.1	Formule esplicite . . . . .	300
10.11.2	Formule implicite . . . . .	303
	<b>Bibliografia</b>	<b>307</b>
	<b>Indice analitico</b>	<b>311</b>