

Indice

Prefazione	11
1 INTRODUZIONE	15
1.1 Buona posizione e condizionamento	15
1.2 Algoritmi e loro caratterizzazione	17
1.3 Sistemi di numerazione	21
1.4 Origine e misura degli errori	22
1.5 Numeri di macchina	24
1.6 Propagazione degli errori	30
1.7 Richiami sui numeri complessi	33
2 ALGEBRA LINEARE ESSENZIALE	41
2.1 Spazi lineari	41
2.2 Matrici	49
2.3 Il metodo di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt	52
2.3.1 Il metodo di Gram-Schmidt modificato	56
2.4 Autovalori e autovettori	59
2.5 Matrici strutturate	62
2.6 Norme matriciali	66
2.7 Matrici irriducibili	71
3 SERIE DI FOURIER	77
3.1 Funzioni periodiche e polinomi trigonometrici	77
3.2 Energia di un segnale	83
3.3 Serie di Fourier	86
3.3.1 Funzioni pari e dispari	90
3.3.2 Convergenza delle serie di Fourier	93
3.3.3 Integrazione e differenziazione	97

3.4	Altre formulazioni della serie di Fourier	99
3.4.1	Forma armonica della serie di Fourier	99
3.4.2	Forma complessa della serie di Fourier	101
3.5	Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie	106
3.5.1	Equazioni differenziali con termine noto pari o dispari . .	108
4	TRASFORMATA DI FOURIER	113
4.1	Definizione della trasformata	113
4.1.1	Trasformata di funzioni elementari	116
4.1.2	La delta di Dirac	120
4.2	Proprietà della trasformata di Fourier	121
4.3	Convoluzione	130
4.4	Risoluzione di equazioni differenziali ordinarie	135
5	METODI DIRETTI PER SISTEMI LINEARI	141
5.1	Condizionamento di un sistema lineare	141
5.2	Sistemi lineari “facili”	145
5.3	Il metodo di eliminazione di Gauss	146
5.3.1	Pivoting	151
5.3.2	Fattorizzazioni $A = LU$ e $PA = LU$	155
5.3.3	Matrici elementari di Gauss	161
5.4	<i>Scaling</i>	164
6	METODI ITERATIVI PER SISTEMI LINEARI	171
6.1	Metodi iterativi del prim'ordine	172
6.2	Costruzione di metodi iterativi lineari	174
6.3	Criteri di arresto	179
6.4	Il metodo di Richardson	181
6.5	Metodi di rilassamento	182
7	EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE	187
7.1	Problema di Cauchy	187
7.2	Metodi alle differenze finite	193
7.3	Sistemi ed equazioni di ordine superiore	198
7.4	Errori nelle formule monostep	202
7.4.1	Verifica della consistenza e dell'ordine	205
7.4.2	Influenza degli errori di arrotondamento	208
7.4.3	Analisi del metodo di Eulero	209

7.5	Convergenza nelle formule multistep	212
7.5.1	Consistenza	213
7.5.2	Stabilità	215
7.6	Problemi differenziali con condizioni agli estremi	219
7.7	Applicazioni in ambito biomedico	225
7.7.1	Modelli di dinamica della popolazione	225
7.7.2	Modelli di epidemiologia	230
8	PROBLEMI AI MINIMI QUADRATI	239
8.1	Problemi ai minimi quadrati	239
8.2	Un esempio: approssimazione di funzioni	242
8.2.1	Approssimazione polinomiale discreta	242
8.2.2	Approssimazione con funzioni esponenziali	245
8.3	Il caso sovradeterminato	246
8.4	Metodi numerici	248
8.4.1	La fattorizzazione di Cholesky	248
8.4.2	La fattorizzazione QR	252
8.4.3	Matrici elementari di Householder	255
8.4.4	La fattorizzazione QR di Householder	257
8.4.5	La fattorizzazione QR di Givens	261
8.4.6	La fattorizzazione QR di Gram-Schmidt	265
8.5	Il caso sottodeterminato	266
8.5.1	Il calcolo della soluzione di minima norma	270
9	DECOMPOSIZIONE AI VALORI SINGOLARI	275
9.1	La fattorizzazione spettrale	275
9.2	La decomposizione ai valori singolari	282
9.3	Alcune proprietà della SVD	285
9.4	Applicazione della SVD ai sistemi lineari	287
9.5	Analisi delle componenti principali	292
10	PROBLEMI INVERSI	295
10.1	Equazioni integrali	295
10.1.1	Formule di quadratura	299
10.1.2	Discretizzazione di equazioni di prima specie	305
10.2	Metodi di regolarizzazione: la TSVD	308
10.3	La regolarizzazione di Tikhonov	313
10.4	Stima del parametro di regolarizzazione	316

10.4.1	Il criterio di discrepanza	317
10.4.2	Il criterio di quasi-ottimalità	318
10.4.3	La GCV	318
10.4.4	La curva-L	319
11	LA TRASFORMATTA DI FOURIER DISCRETA	323
11.1	Radici dell'unità	323
11.2	La DFT e le sue principali proprietà	325
11.3	La <i>fast Fourier transform</i>	327
11.4	Applicazioni della DFT	330
11.4.1	Calcolo dei coefficienti di Fourier	330
11.4.2	Interpolazione trigonometrica	333
11.5	DFT simmetriche	336
11.5.1	DFT di un vettore reale pari	336
11.5.2	DFT di un vettore reale dispari	338
11.5.3	DFT di un vettore reale	340
11.5.4	Considerazioni sulla complessità computazionale . . .	342
	Bibliografia	345
	Indice analitico	351