

PROGRAMMA DEL CORSO DI  
**CALCOLO NUMERICO**

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA CIVILE  
A.A. 2021/2022 - DOCENTE: PROF. GIUSEPPE RODRIGUEZ

1. **Richiami di Algebra Lineare e aritmetica di macchina.** Problemi ben posti. Condizionamento. Algoritmi. Spazi vettoriali. Basi e dimensione. Spazi normati e di Hilbert. Spazi di funzioni. Convergenza di successioni di vettori. Calcolo matriciale. Autovalori e autovettori. Matrici strutturate. Norme matriciali naturali. Numeri in virgola mobile. Operazioni di macchina. Propagazione degli errori. Cancellazione.
2. **Metodi diretti per la risoluzione di sistemi lineari.** Riepilogo: numero di condizionamento, metodo di Gauss, fattorizzazione  $PA = LU$ , calcolo del determinante e dell'inversa. Algoritmo di Cholesky. Fattorizzazione QR. Matrici elementari di Householder e fattorizzazione QR di Householder. Risoluzione di un sistema lineare sovradeterminato nel senso dei minimi quadrati. Risoluzione mediante la fattorizzazione QR. Sistema delle equazioni normali e risoluzione con Cholesky.
3. **Metodi iterativi per la risoluzione di sistemi lineari.** Convergenza e consistenza. Metodi lineari stazionari del prim'ordine: Jacobi e Gauss-Seidel. Criteri di arresto. Matrici sparse. Precondizionamento di un metodo iterativo. Fattorizzazioni LU incomplete. I metodi di Richardson. Il metodo del gradiente. Il metodo del gradiente coniugato. Precondizionamento dei due metodi. Cenni sui metodi di Krylov.
4. **Calcolo di autovalori e autovettori.** Matrici diagonalizzabili. Fattorizzazione spettrale. Forma canonica di Schur. Condizionamento del problema agli autovalori. Il metodo delle potenze e delle potenze inverse e loro applicazioni. L'algoritmo QR e sue proprietà di convergenza. Passaggio in forma di Hessenberg.
5. **Risoluzione di equazioni nonlineari.** Convergenza e ordine di un metodo iterativo. Caratterizzazione delle radici multiple. Condizionamento del problema. Calcolo degli zeri di un polinomio come autovalori della matrice compagna. Il metodo di bisezione. Il metodo di Newton. I metodi delle corde e delle secanti. Iterazioni di punto fisso. Contrattività e convergenza. Il metodo di Newton per la risoluzione di un sistema di equazioni non lineari. Varianti del metodo. Teorema di Ostrowski.
6. **Metodi alle differenze finite per equazioni differenziali ordinarie.** Formulazione del problema di Cauchy. Lipschitzianità. Condizioni per l'esistenza e l'unicità della soluzione. Metodi alle differenze finite. Metodi impliciti ed espliciti, monostep e multistep. Costruzione di alcune formule alle differenze finite. Metodi di Runge-Kutta espliciti. Errore globale ed errore locale di discretizzazione. Convergenza e stabilità. Consistenza ed ordine. Influenza degli errori di arrotondamento. Metodo di Runge-Kutta-Fehlberg per la scelta adattiva del passo di integrazione. Risoluzione iterativa di formule implicite. Metodi *predictor-corrector*. Formulazione multidimensionale del problema di Cauchy. Risoluzione di un sistema del prim'ordine e di una equazione di ordine  $p$ . Espressione generale dei metodi multistep. Polinomio caratteristico associato ad un metodo multistep. Zero stabilità e condizione delle radici. Teorema di Dahlquist. Errore locale di discretizzazione per un metodo multistep. Consistenza e ordine. Risoluzione di problemi differenziali con condizioni agli estremi mediante schemi alle differenze finite. Condizioni per la risolubilità del sistema lineare risultante.
7. **Metodi alle differenze finite per equazioni differenziali alle derivate parziali.** Equazioni a derivate parziali. Ordine. Equazioni lineari, debolmente e fortemente nonlineari. Classificazione dei problemi alle derivate parziali del second'ordine: equazioni ellittiche, paraboliche e iperboliche. Problemi stazionari ed evolutivi. Condizioni al contorno. Discretizzazione mediante differenze finite di un problema ellittico. Ordinamento lessicografico

delle incognite. Risoluzione di un problema parabolico. Condizioni per la risolubilità dei sistemi lineari risultanti. Cenni sulla risoluzione di un problema iperbolico e sul metodo degli elementi finiti.

8. **Laboratorio Matlab.** Sperimentazione numerica su alcuni degli algoritmi studiati. Risoluzione di sistemi lineari. Fattorizzazione QR. Sistemi sparsi. Metodi iterativi. Autovalori.

### **Testi consigliati**

- [1] G. Rodriguez. *Algoritmi Numerici*. Pitagora Editrice, Bologna, 2008.
- [2] S. Seatzu, C. van der Mee, and P. Contu. *Matematica Applicata. Un Secondo Corso*, volume 13 of *SIMAI e-lecture notes*. SIMAI, Torino, 2017. <https://cab.unime.it/journals/index.php/lecture/article/view/1663>.