

Nome, Cognome e matricola:

Corso di studi:

Prova scritta di
Calcolo Numerico: metodi, modelli e algoritmi (per Ing. Ambiente e Territorio)
e
Calcolo Numerico (per Ing. Meccanica)
10 novembre 2022

1. Risolvere il seguente problema mediante il metodo degli integrali generali

$$\begin{cases} u_{xx} + 4u_{xy} + u_{yy} = 0 \\ u(x, 0) = x^2 \\ u_y(x, 0) = 3x. \end{cases}$$

2. Illustrare la risoluzione numerica, mediante discretizzazione alle differenze finite, del seguente problema differenziale

$$\begin{cases} 2y''(x) + 3x^2y'(x) - (1 - \sin x)y(x) = x, & -2 \leq x \leq 2 \\ y(-2) = 1 \\ y(2) = 1. \end{cases}$$

Inoltre,

- 1 evidenziare la struttura del sistema lineare a cui si perviene indicando dettagliatamente gli elementi non nulli della matrice dei coefficienti;
- 2 individuare, motivando opportunamente la risposta, la condizione sul passo di discretizzazione h che garantisce l'invertibilità della matrice dei coefficienti;
- 3 dire, giustificando opportunamente la risposta, se la matrice dei coefficienti è diagonalmente dominante e irriducibile oppure se è diagonalmente dominante in senso stretto.

3. Classificare il seguente problema differenziale e illustrarne la risoluzione numerica mediante differenze finite

$$\begin{cases} (2 - \sin x)u_{xx} + 3u_{yy} + (xy^2)u_x - (x \cos y)u_y = x^2y^2, & -2 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 5 \\ u(-2, y) = y \\ u(4, y) = y \\ u(x, 0) = 0 \\ u(x, 5) = 5. \end{cases}$$

Inoltre

- (a) Evidenziare la struttura del sistema lineare a cui si perviene, indicando dettagliatamente gli elementi non nulli;
- (b) Stabilire quali sono le condizioni che i passi di discretizzazione h e k devono soddisfare affinché il metodo di Jacobi applicato al sistema sia convergente;
- (c) Fornire una stima teorica dell'errore nel caso in cui la griglia abbia passo $h = k = 10^{-4}$.