Esercizi

Calcolo Numerico: metodi, modelli e algoritmi

Corso di Laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio

Calcolo Numerico

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

6 CFU - A.A. 2019/2020

docente: Dott.ssa Luisa Fermo

ultimo aggiornamento: 16 novembre 2019

Metodi iterativi di Jacobi e Gauss-Seidel

Esercizio 1 Si consideri il seguente sistema

$$\begin{cases} \alpha x_1 + \frac{\alpha}{3} x_3 = 4 \\ \alpha x_2 + \frac{1}{3} x_3 = 3 \\ \frac{\alpha}{3} x_1 + \frac{1}{3} x_2 + \alpha x_3 = 1 \end{cases}$$

dove α è un parametro reale. Si dica per quali valori di α la matrice dei coefficienti è non singolare e si studi la convergenza del metodo di Gauss-Seidel al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$. Posto $\alpha = \frac{1}{5}$, si calcolino le prime due iterate del metodo di Jacobi, a partire da $\mathbf{x}^{(0)} = [0, 1, 0]^T$.

Esercizio 2 Sia

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 2 & 1 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 1 & 2 & \alpha \end{bmatrix}.$$

Stabilire per quali valori del parametro α la matrice A è invertibile e per quali i suoi autovalori sono positivi. Si consideri poi il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con $\mathbf{b} = [1\ 2\ 3]^T$. Si studi al variare del parametro α la convergenza del metodo di Gauss Seidel applicato a tale sistema e, assegnato $\alpha = 2$, si calcolino le prime due iterate partendo dal vettore iniziale $\mathbf{x}^{(0)} = [0\ 1\ 0]^T$.

Esercizio 3 Sia α un parametro reale e si considerino le seguenti matrici

$$B = \begin{bmatrix} 2\alpha & 0 & 0 \\ \alpha & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix}, \qquad A = B + B^T.$$

Si dica per quali valori di α la matrice A è invertibile e per quali la matrice A è definita positiva. Si studi, inoltre, al variare del parametro α la convergenza del metodo di Jacobi per approssimare la soluzione del sistema $Ax = b$ con $b = [0, 1, 2]^T$ e, fissato $\alpha = 1$, si calcolino le prime due iterate di tale metodo considerando come punto iniziale $x^{(0)} = [0, 1, 0]^T$.