

ESERCIZI
Calcolo Numerico: metodi, modelli e algoritmi
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
6 CFU - A.A. 2020/2021
DOCENTE: PROF.SSA LUISA FERMO
ULTIMO AGGIORNAMENTO: 26 NOVEMBRE 2020

Metodi iterativi per sistemi lineari
Esercitazione del 27 novembre 2020

Esercizio 1

Sia

$$A = \begin{bmatrix} 2a & 1 & 0 \\ 1 & a & 1 \\ 0 & 1 & 2a \end{bmatrix}.$$

Stabilire per quali valori del parametro reale a la matrice A è invertibile e per quali valori il metodo di Gauss-Seidel e il metodo di Jacobi risultano convergenti se applicato al sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

Esercizio 2 Sia

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & a \\ 0 & a & 0 \\ a & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Stabilire per quali valori del parametro reale a la matrice A è invertibile e per quali valori il metodo di Gauss-Seidel risulta convergente se applicato al sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con $\mathbf{b} = [1 \ 2 \ 3]^T$. Assegnato $a = \frac{1}{2}$, calcolare le prime due iterate del metodo di Gauss-Seidel utilizzando come vettore iniziale $\mathbf{x}^{(0)} = [0 \ 1 \ 1]^T$.

Esercizio 3 Si consideri il seguente sistema

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 1 \\ ax_1 + 3x_2 + ax_3 = 4 \\ -x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

dove a è un parametro reale. Si dica per quali valori di a il sistema ammette un'unica soluzione e si studi la convergenza del metodo di Jacobi al variare di $a \in \mathbb{R}$. Posto $a = -1$, si calcolino le prime due iterate del metodo di Jacobi, a partire da $\mathbf{x}^{(0)} = [0, 1, 0]^T$.