

LABORATORIO DI  
**Algoritmi Numerici per l'Ingegneria**  
A.A. 2022/2023

DOCENTE: PROF.SSA LUISA FERMO

*Metodo di Eulero con applicazioni*  
*Lezione del 21 giugno 2023*

**Esercizio 1** Scrivere un file script denominato **testMalthus** che calcoli la soluzione del modello di Malthus

$$\begin{cases} y'(t) = (K - M)y(t), & t \in [0, T] \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

mediante il metodo di Eulero. Si preveda la costruzione di un file function denominato **malthus** che definisca la funzione generatrice

$$f(t, y) = (K - M)y(t).$$

Si testi dapprima l'algoritmo mediante la soluzione esatta

$$y(t) = y_0 e^{(K-M)t}$$

assumendo  $T = 1$ ,  $y_0 = 1000$ ,  $M = 0.4$  e  $K = 0.8$ .

Si costruisca, quindi, un unico grafico che riporti la soluzione approssimata nel caso in cui  $M = 0.4$  e  $K = 0.2, 0.4, 0.8$ .

**Esercizio 2** Scrivere un file function denominato **Eulero**, che implementi il metodo di Eulero per risolvere un problema di Cauchy di  $m$  ODE. Scrivere, quindi, un file script denominato **testEulero** per testare l'algoritmo **Eulero** sui seguenti problemi:

(a)

$$\begin{cases} y'(x) = -y(x) + \cos(x) - \sin(x), & x \in [0, 1] \\ y(0) = 2, \end{cases}$$

la cui soluzione esatta è  $y(x) = e^{-x} + \cos(x)$ .

(b)

$$\begin{cases} y''(x) = 3y'(x) - 2y(x), & x \in [0, 1] \\ y(0) = 1, y'(0) = 1 \end{cases}$$

la cui soluzione esatta è  $y(x) = e^x$ .

Si calcoli l'errore assoluto e lo si confronti con quello che si ottiene con la function del Matlab `ODE23`.

**Esercizio 3** Si crei uno script denominato `testpreda` che richiama il file function `Eulero` e che calcoli la soluzione del modello di Lotka-Volterra

$$\begin{cases} F'(t) = \alpha F(t) - \beta P(t)F(t), & t \in [0, T] \\ P'(t) = \gamma P(t)F(t) - \delta P(t) \\ F(0) = F_0, P(0) = P_0. \end{cases}$$

Fissato  $T = 30$ ,  $F_0 = 800$ ,  $P_0 = 30$ ,  $\delta = 1$ ,  $\alpha = 0.25$ ,  $\beta = 0.001$  e  $\gamma = 0.001$ , si plotti graficamente

- la soluzione ottenuta con il metodo di Eulero;
- la soluzione ottenuta con la function del Matlab `ode45`.

Si costruisca infine il diagramma delle fasi che relaziona le prede ai predatori.

**Esercizio 4** Si consideri il seguente modello SIR

$$\begin{cases} S'(t) = -\beta I(t)S(t), & t \in [0, T] \\ I'(t) = \beta I(t)S(t) - \gamma I(t) \\ R'(t) = \gamma I(t) \\ S(0) = S_0, I(0) = I_0, R(0) = Q_0 \end{cases}$$

dove  $\beta$  è il tasso di contagio e  $\gamma$  è il tasso di guarigione. Si risolva numericamente il problema, plottando le soluzioni, nei seguenti casi:

- $\gamma = 7$ ;  $\beta = 41.58$  ( $R_0 = 5.94$ );
- $\gamma = 7$ ;  $\beta = 9.94$  ( $R_0 = 1.42$ );
- $\gamma = 7$ ;  $\beta = 1.96$  ( $R_0 = 0.28$ ).