

LABORATORIO DI
Algoritmi Numerici per l'Ingegneria
A.A. 2022/2023

DOCENTE: PROF.SSA LUISA FERMO

Metodi iterativi di Jacobi e Gauss-Seidel
Lezione del 13 luglio 2023

Esercizio 1 Scrivere uno script denominato `testconv` che verifichi la convergenza del metodo di Jacobi e del metodo di Gauss-Seidel mediante il raggio spettrale della matrice di iterazione. Discutere quindi la convergenza nel caso in cui si voglia risolvere, mediante i sopracitati metodi, il sistema $Ax = b$ con

- $A = [3, 0, 4; 7, 4, 2; -1, -1, -2], b = [7; 13; -4];$
- $A = [-3, 3, -6; -4, 7, -8; 5, 7, -9], b = [-6; -5; 3];$
- $A = [4, 1, 1; 2, -9, 0; 0, -8, -6], b = [6; -7; -14];$
- $A = [7, 6, 9; 4, 5, -4; -7, -3, 8], b = [22; 5; -2];$
- A è una matrice diagonalmente dominante di dimensione $m = 4$ costruita mediante la function `diagdom` dell'esercitazione precedente, e $b = [2; 2; 2; 2]$.

Esercizio 2 Si considerino le function `Jacobi` e `GaussSeidel` che implementano rispettivamente i metodi iterativi di Jacobi e Gauss-Seidel, per la risoluzione di un sistema lineare $Ax = b$ dove A è una matrice di dimensione m . Completare lo script scritto nell'esercizio precedente eseguendo l'algoritmo (o gli algoritmi) nei casi esaminati, laddove ci sia convergenza. Si utilizzi il vettore nullo come vettore di innesco, un numero di iterazioni massime $itmax = 100$, e una tolleranza sull'errore relativo pari a $toll = 10^{-7}$. Commentare i risultati ottenuti nei cinque casi.

Esercizio 3 Costruire una funzione termine noto $f(x)$ e delle condizioni agli estremi α, β , in modo tale che il seguente problema

$$\begin{cases} y''(x) + x^2 y'(x) + (\cos x - 1)y(x) = f(x), & x \in [0, \pi] \\ y(0) = \alpha, y(\pi) = \beta. \end{cases}$$

abbia come soluzione esatta la funzione $y(x) = x \cos(x)$.