

LABORATORIO DI
Algoritmi Numerici per l'Ingegneria
A.A. 2023/2024
DOCENTE: PROF.SSA LUISA FERMO

*Schema alle differenze finite per problemi con valori agli estremi
Lezione del 15 luglio 2024*

Esercizio 1 Costruire una funzione termine noto $f(x)$ e delle condizioni agli estremi α, β , in modo tale che il seguente problema

$$\begin{cases} y''(x) + x^2 y'(x) + (\cos x - 1)y(x) = f(x), & x \in [0, \pi] \\ y(0) = \alpha, y(\pi) = \beta. \end{cases}$$

abbia come soluzione esatta la funzione $y(x) = x \cos(x)$.

Esercizio 2 Scrivere un file function denominato `problim`, che implementi il metodo alle differenze finite per una ODE del secondo ordine con condizioni agli estremi.

Si testi l'algorithmo, scrivendo uno script denominato `testproblim`, mediante il caso test costruito nell'esercitazione precedente

$$\begin{cases} y''(x) + x^2 y'(x) + (\cos x - 1)y(x) = x \cos x (x - 2 + \cos x) - \sin x (2 + x^3), & x \in [0, \pi] \\ y(0) = 0, y(\pi) = -\pi. \end{cases}$$

Soluzione esatta $y(x) = x \cos(x)$.

Esercizio 3 Costruire una funzione termine noto $f(x)$ e delle condizioni agli estremi α, β , in modo tale che il seguente problema

$$\begin{cases} y''(x) + \cos x y'(x) - x^2 y(x) = f(x), & x \in [-1, 1] \\ y(-1) = \alpha, y(1) = \beta. \end{cases}$$

abbia come soluzione esatta la funzione $y(x) = x^2 + 1$.

Si risolva quindi numericamente il problema mediante gli algoritmi costruiti nel primo esercizio.