

LABORATORIO DI  
**Algoritmi Numerici per l'Ingegneria**  
A.A. 2023/2024

DOCENTE: PROF.SSA LUISA FERMO

*Matrici sparse e metodi iterativi di Jacobi e Gauss-Seidel*  
*Lezione del 12 luglio 2024*

**Esercizio 1.** Si consideri la seguente matrice  $A$  e il vettore dei termini noti  $b$  di ordine  $n$

$$[A]_{i,j} = \begin{cases} 1, & i = j + 1, j - 1, \\ 2, & i = j, \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases} \quad b = [1, 2, \dots, 2, 1]^T.$$

Si scriva uno script Matlab per costruire la matrice  $A$  sia con il comando `diag` che con il comando `spdiags`. Si risolva quindi il sistema  $Ax = b$  con il comando `\`.

Si confronti il tempo computazionale (`tic toc`) e l'occupazione di memoria (`whos`) di entrambe le procedure nel caso in cui  $n = 5000$ .

**Esercizio 2.** Scrivere una function denominata `diagdom` che costruisce una matrice  $A$  di numeri pseudo-casuali di dimensione  $m$  diagonalmente dominante per righe.

**Esercizio 3.** Scrivere uno script denominato `testconv` che verifichi la convergenza del metodo di Jacobi e del metodo di Gauss-Seidel mediante il raggio spettrale della matrice di iterazione. Discutere quindi la convergenza nel caso in cui si voglia risolvere, mediante i sopracitati metodi, il sistema  $Ax = b$  con

- $A = [3, 0, 4; 7, 4, 2; -1, -1, -2], b = [7; 13; -4];$
- $A = [-3, 3, -6; -4, 7, -8; 5, 7, -9], b = [-6; -5; 3];$
- $A = [4, 1, 1; 2, -9, 0; 0, -8, -6], b = [6; -7; -14];$
- $A = [7, 6, 9; 4, 5, -4; -7, -3, 8], b = [22; 5; -2];$
- $A$  è una matrice diagonalmente dominante di dimensione  $m = 4$  costruita mediante la function `diagdom` dell'esercitazione precedente, e  $b = [2; 2; 2; 2]$ .

**Esercizio 4.** Si considerino le function `Jacobi` e `GaussSeidel` che implementano rispettivamente i metodi iterativi di Jacobi e Gauss-Seidel, per la risoluzione di un sistema lineare  $Ax = b$  dove  $A$  è una matrice di dimensione  $m$ . Completare lo script scritto nell'esercizio precedente eseguendo l'algoritmo (o gli algoritmi) nei casi esaminati, laddove ci sia convergenza. Si utilizzi il vettore nullo come vettore di innesco, un numero di iterazioni massime  $itmax = 100$ , e una tolleranza sull'errore relativo pari a  $toll = 10^{-7}$ . Commentare i risultati ottenuti nei cinque casi.

**Esercizio 5. - Consigliato per la tesina** - Si studi il comando `sprand` e si costruisca una matrice  $A$  sparsa diagonalmente dominante mediante tale comando. Si converta poi la matrice sparsa  $A$  in una matrice  $B$  piena mediante il comando `full`. Si applichi il metodo di Jacobi e quello di Gauss-Seidel per risolvere i due sistemi equivalenti  $Ax = b$  e  $Bx = b$ . Si commentino i risultati ottenuti considerando i tempi computazionali e l'occupazione di memoria.