LABORATORIO DI
Algoritmi Numerici per l'Ingegneria
A.A. 2024/2025

DOCENTE: PROF.SSA LUISA FERMO

Modelli di epidemiologia
Lezione del 27 giugno 2025

Esercizio 1 Si consideri il seguente modello SIS

$$\begin{cases} S'(t) = -\beta I(t)S(t) + \alpha I(t), & t \in [0, T] \\ I'(t) = \beta I(t)S(t) - \alpha I(t) \\ S(0) = S_0, I(0) = I_0, \end{cases}$$

dove β è il tasso di contagio e α è il tasso di guarigione. Si risolva il problema mediante il metodo di Runge Kutta del quarto ordine con 1000 punto nel caso in cui $t \in [0, 10]$, $S_0 = 0.99$, $I_0 = 0.01$, $\alpha = 7$ e $\beta = 17$. Confrontare la soluzione numerica $I(t)$ con quella esatta

$$I(t) = \frac{KBe^{rt}}{1 + Be^{rt}},$$

dove $B = \frac{I(0)}{K-I(0)}$, $r = \beta - \alpha$ e $K = r/\beta$. Si studi, inoltre, il comando Matlab ODE45 e si deducano analogie e differenze.

Esercizio 2 Si consideri il seguente modello SIR

$$\begin{cases} S'(t) = -\beta I(t)S(t), & t \in [0, T] \\ I'(t) = \beta I(t)S(t) - \alpha I(t) \\ R'(t) = \alpha I(t) \\ S(0) = S_0, I(0) = I_0, R(0) = R_0 \end{cases}$$

dove β è il tasso di contagio e γ è il tasso di guarigione. Si risolva numericamente il problema con $t \in [0, 2]$, $S_0 = 0.99$, $I_0 = 0.01$, e $R_0 = 0$, plottando le soluzioni, nei seguenti casi:

- $\alpha = 7$; $\beta = 41.58$;
- $\alpha = 7$; $\beta = 9.94$;
- $\alpha = 7$; $\beta = 1.96$.