

### ESERCITAZIONE 3

7 novembre 2024

Corso di: *Matematica Applicata*

Docente: prof.ssa Luisa Fermo

Tutor: dott. Marco Boi

**Esercizio 1.** Eseguire i seguenti calcoli:

a) (Esercizio 5 compito 1 prima prova intermedia del 5 novembre 2019)

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{\cos(7x)}{5 + i(x+1)} \right\}, \quad \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{i(k+3)e^{5ik}}{k^2 + 6k + 12} \right\}.$$

b) (Esercizio 8 prova scritta del 1 febbraio 2021)

$$\mathcal{F} \{ (5x+2)e^{-3x}H(x) \}, \quad \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{i(k-2)}{e^{ik}(9+(k-2)^2)} \right\}$$

*Soluzione.*

a)

$$F(k) = \pi \left[ e^{(5+i)(k-7)}H(7-k) + e^{(5+i)(k+7)}H(-7-k) \right];$$

$$f(x) = \frac{e^{-3i(x+5)}}{2} \left[ e^{\sqrt{3}(x+5)}H(-x-5) - e^{-\sqrt{3}(x+5)}H(x+5) \right];$$

b)

$$F(k) = \frac{11 + 2ik}{(3 + ik)^2};$$

$$f(x) = -\frac{e^{2i(x-1)}}{2} \left[ e^{-3(x-1)}H(x-1) - e^{3(x-1)}H(1-x) \right]$$

**Esercizio 2.** (Esercizio 5 prima prova intermedia 15 novembre 2021 - Compito 1)

Risolvere, ricorrendo alla trasformata di Fourier, la seguente equazione differenziale

$$y'' - 3y' - 10y = \delta(x-1), \quad x \in \mathbb{R}.$$

*Soluzione.*

$$y(x) = -\frac{1}{7} \begin{cases} e^{5(x-1)}, & x < 1 \\ e^{-2(x-1)} & x \geq 1 \end{cases}$$

**Esercizio 3.** (Esercizio 10 prova scritta del 1 febbraio 2021)

Eseguire il seguente calcolo, dove  $*$  indica l'operatore di convoluzione e  $H$  indica la funzione di Heaviside:

$$[e^{-5x}H(x)] * [H(x-1) - H(x-4)]$$

*Soluzione*

$$y(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ \frac{1}{5}(1 - e^{-5(x-1)}) & 1 < x \leq 4 \\ \frac{e^{-5x}}{5}(e^{20} - e^5) & x \geq 4 \end{cases}$$