ESERCITAZIONE 4

21 novembre 2024

Corso di: *Matematica Applicata*

Docente: prof.ssa Luisa Fermo

Tutor: dott. Marco Boi

Esercizio 1. Si considerino le matrici

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & \alpha \\ 0 & -\alpha & \alpha \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ = & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 1 & 2\beta & -\beta \\ 0 & 1 & 2\beta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

e si determinino i valori di α e β per cui Q è ortogonale e per cui le matrici R e M sono una l'inversa dell'altra. Assegnati ad α e β uno di questi valori si calcolino il numero di condizionamento in norma 2 di Q e il numero di condizionamento in norma ∞ di R.

Soluzione:
$\alpha = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\beta = -1$; $\kappa_2(Q) = 1$; $\kappa_\infty(R) = 24$.

Esercizio 2. Si considerino le matrici

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha & 1 \\ -\alpha & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \beta & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

dove α e β sono due parametri reali. Si dica per quali valori di α la matrice A è non singolare e si calcoli, al variare di tale parametro, la norma 1 e la norma ∞ di A. Fissato $\alpha = 1$, si determinino i valori del parametro β per cui risulta che B è l'inversa di A e si calcoli, il numero di condizionamento di A in norma 1,2 e ∞.

Soluzione:
La matrice è non singolare per $\alpha \neq 0$; $||A||_1 = ||A||_\infty = \begin{cases} 2 + |\alpha| & \textit{se } \alpha < -1 \cup \alpha > 1 \\ 3 & \textit{altrimenti} \end{cases}$ *; per* $\alpha = 1$ *si ha che la matrice* B *è l'inversa di* A *se* $\beta = 1$*; inoltre* $\kappa_1(A) = \kappa_\infty(A) = 6$, $\kappa_2(A) = 2 + \sqrt{3}$.