

REGISTRO DELLE LEZIONI DI
MATEMATICA APPLICATA
CORSI DI LAUREA IN BIOMEDICA E CHIMICA
6 CFU - A.A. 2020/2021
DOCENTE: PROF.SSA LUISA FERMO
ULTIMO AGGIORNAMENTO: 16 DICEMBRE 2020

1. Lunedì 5/10/2020, 8–10. ore: 2(2)

Introduzione al corso. Problemi risolvibili: problemi ben posti.

2. Martedì 6/10/2020, 17–19. ore: 2(4)

Problemi ben condizionati. Stabilità e complessità computazionale di un algoritmo. Spazi vettoriali: definizione ed esempi (gli spazi \mathbb{R}^n e \mathbb{C}^n , lo spazio dei polinomi, lo spazio delle funzioni $L^2([a, b])$). Combinazioni lineari. Spazio generato da n vettori. Dipendenza e indipendenza lineare.

3. Mercoledì 7/10/2020, 10–12. ore: 2(6)

Spazio generato da n vettori. Basi e dimensione. Esempi. Spazi normati. Norme vettoriali in \mathbb{R}^n e \mathbb{C}^n con indice 1, 2 e ∞ . Principali norme utilizzate per le funzioni di $L^2([a, b])$. Normalizzazione. Richiami sul modulo di un numero complesso.

4. Lunedì 12/10/2020, 8–10. ore: 2(8)

Spazi di Hilbert. Norma indotta dal prodotto scalare. Prodotto scalare di \mathbb{R}^n , \mathbb{C}^n e $L^2([a, b])$. Ortogonalità e ortonormalità. Base ortonormale. Metodo di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt.

5. Martedì 13/10/2020, 17–19. ore: 2(10)

Esercizio sul metodo di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Definizione di matrice ed esempi. Somma di matrici e prodotto di una matrice per uno scalare. Matrice trasposta e matrice aggiunta. Prodotto tra matrici. Proprietà del prodotto tra matrici e relazioni con il prodotto scalare. Potenza di una matrice.

6. Mercoledì 14/10/2020, 10–12. ore: 2(12)

Proprietà sulla trasposta della matrice somma e matrice prodotto. Proprietà sull'aggiunta della matrice somma e matrice prodotto. Matrice identità. Definizione di matrice inversa e sue proprietà. Definizione di matrice ortogonale, matrice unitaria e matrice diagonale. Determinante e sue proprietà. Regola di Laplace per il calcolo del determinante.

7. Lunedì 19/10/2020, 8–10. ore: 2(14)

Autovalori e autovettori. Definizione di spettro e raggio spettrale. Proprietà degli autovalori. Esercizi. Introduzione all'analisi di Fourier. Funzioni periodiche. Periodo fondamentale. Esempi.

8. Martedì 20/10/2020, 17–19. ore: 2(16)

Estensione di una funzione per periodicità. Funzioni continue a tratti. Armoniche elementari. Polinomio trigonometrico. Sistema trigonometrico. Ortogonalità del sistema trigonometrico. Prima formula di Werner.

9. Mercoledì 21/10/2020, 10–12. ore: 2(18)

Ortogonalità e ortonormalità del sistema trigonometrico. Formule di Werner. Integrazione di una funzione periodica su un periodo. Calcolo dei coefficienti del polinomio trigonometrico. Serie di Fourier.

10. Lunedì 26/10/2020, 8–10. ore: 2(20)

Forma trigonometrica della serie di Fourier. Forma armonica della serie di Fourier. Esercizio.

11. Martedì 27/10/2020, 17–19. ore: 2(22)

Funzioni regolari a tratti. Teorema di convergenza della serie di Fourier. Serie di Fourier di funzioni pari e dispari. Esercizio sulle serie di Fourier.

12. Mercoledì 28/10/2020, 10–12. ore: 2(24)

Formula di Eulero. Forma complessa della serie di Fourier. Legame tra i coefficienti delle forme reale e complessa. Integrabilità termine a termine di una serie di Fourier.

13. Lunedì 2/11/2020, 8–10. ore: 2(26)

Derivabilità termine a termine di una serie di Fourier. Applicazione delle serie di Fourier alla risoluzione di equazioni differenziali. Esercizio. Il caso di ODE a coefficienti costanti con termine noto pari o dispari.

14. Martedì 3/11/2020, 17–19. ore: 2(28)

Introduzione alla trasformata di Fourier. Trasformata inversa. Calcolo della trasformata di Fourier dell' impulso esponenziale troncato a destra e a sinistra. Proprietà di linearità e primi esercizi.

15. Mercoledì 4/11/2020, 10–12. ore: 2(30)

Calcolo della trasformata di Fourier dell'impulso esponenziale pari, dell'impulso esponenziale dispari e dell'onda quadra. Funzione sinc. Delta di Dirac e sua trasformata. Trasformata della Gaussiana. Proprietà della trasformata di Fourier: traslazione nello spazio ordinario. Esercizi.

16. Lunedì 9/11/2020, 08–10. ore: 2(32)

Proprietà della trasformata di Fourier: traslazione nello spazio delle frequenze, variazione di scala, simmetria e modulazione. Esercizi.

17. Martedì 10/11/2020, 17–19. ore: 2(34)

Proprietà della trasformata di Fourier di derivazione nello spazio delle frequenze. Convoluzione e sua proprietà di commutatività. Esercizi. Trasformata della convoluzione. Esercizi.

18. Mercoledì 11/11/2020, 10–12. ore: 2(36)

Trasformata della derivata di una funzione. Esercizi. Risoluzione di un'equazione differenziale mediante la trasformata di Fourier. Esercizi.

19. Lunedì 16/11/2020, 8–10. ore: 2(38)

Introduzione alla risoluzione di sistemi lineari e possibili rappresentazioni. Matrici sparse e matrici dense. Matrici strutturate: matrici diagonali, triangolari (superiore o inferiore), unitarie e ortogonali, hermitiane e simmetriche. Matrici definite positive e semidefinite positive.

20. Martedì 17/11/2020, 17–19. ore: 2(40)

Norme matriciali. Proprietà di submoltiplicatività e consistenza. La norma di Frobenius. Norme naturali. Espressione della norma naturale indotta dalla norma vettoriale con indice ∞ , con indice 1 e indice 2. Osservazioni sulle norme di matrici simmetriche e matrici ortogonali. Legame tra raggio spettrale e norma matriciale consistente.

21. Mercoledì 18/11/2020, 10–12. ore: 2(42)

Condizionamento relativo di un sistema lineare in presenza di errori sui soli termini noti. Indice di condizionamento. La matrice di Hilbert. Condizionamento ottimale.

22. Lunedì 23/11/2020, 8–10. ore: 2(44)

Proprietà dell'indice condizionamento. Il caso delle matrici ortogonali. Il caso delle matrici simmetriche. Esercizi sul condizionamento. Metodo di risoluzione di un sistema lineare ortogonale e sua complessità computazionale. Sistemi lineari diagonali: algoritmo di risoluzione e complessità. Risoluzione di un sistema triangolare inferiore: algoritmo e complessità.

23. Martedì 24/11/2020, 17–19. ore: 2(46)

Risoluzione di un sistema triangolare superiore: algoritmo e complessità. Principi di equivalenza per i sistemi lineari. Il metodo di eliminazione di Gauss (senza pivoting): analisi dei primo due passi e complessità computazionale.

24. Mercoledì 25/11/2020, 10–12. ore: 2(48)

Arresto dell'algoritmo di Gauss in presenza di un pivot nullo. Matrici diagonalmente dominanti per riga e per colonna. Problemi di accumulo errori nell'algoritmo di Gauss. Algoritmo di Gauss con pivoting parziale.

25. Lunedì 30/11/2020, 8–10. ore: 2(50)

Fattorizzazione $PA = LU$. Matrici di scambio e di permutazione. Costruzione della matrice L . Applicazioni della fattorizzazione $PA = LU$ alla risoluzione di sistemi lineari, al calcolo del determinante e al calcolo dell'inversa.

26. Martedì 1/12/2020, 17–19. ore: 2(52)

Metodi iterativi stazionari del primo ordine. Calcolo iterate. Convergenza e consistenza di un metodo iterativo. Esercizio sulla fattorizzazione $PA=LU$.

27. Mercoledì 2/12/2020, 10–12. ore: 2(54)

Condizione sufficiente per la convergenza di un metodo iterativo. Condizione necessaria e sufficiente per la convergenza di un metodo iterativo. Criteri di arresto: scarto tra iterazioni successive, numero massimo di iterazioni. Metodo di Jacobi e Gauss-Seidel. Teoremi di convergenza per matrici simmetriche definite positive e diagonalmente dominanti. Esercizio.

28. Lunedì 07/12/2020, 08–10. ore: 2(56)

Il problema di Cauchy per una equazione differenziale ordinaria del primo ordine. Il problema di Cauchy associato a un sistema di due equazioni differenziali ordinarie. Equazioni differenziali di ordine superiore al primo: come trasformarle in equazioni del primo ordine. Metodi alle differenze finite. Discretizzazione del dominio. Metodo di Eulero esplicito per una equazione differenziale ordinaria. Metodi monostep, multistep, espliciti e impliciti.

29. Mercoledì 09/12/2020, 10–12. ore: 2(58)

Esercizio sul metodo di Eulero esplicito. Estensione al caso dei sistemi. Metodo di Eulero implicito. Metodo del punto medio. Metodo di Crank-Nicolson.

30. Lunedì 14/12/2020, 08–10. ore: 2(60)

Metodo di Heun. Metodo di Eulero modificato. Analisi dei metodi monostep. Errore globale di discretizzazione, locale di discretizzazione e di propagazione. Convergenza, consistenza e stabilità di una formula alle differenze finite. Stabilità dei metodi monostep. Analisi della convergenza, consistenza e stabilità del metodo di Eulero.

31. Martedì 15/12/2020, 17–19. ore: 2(62)

Analisi della convergenza, consistenza e stabilità del metodo di Heun. Formulazione generale dei metodi multistep. Polinomio caratteristico associato ad un metodo multistep. Stabilità. Criterio delle radici. Teorema di Dahlquist.