

REGISTRO DELLE LEZIONI DI
Calcolo Numerico: metodi, modelli e algoritmi
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
Calcolo Numerico
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
6 CFU - A.A. 2020/2021
DOCENTE: PROF.SSA LUISA FERMO
ULTIMO AGGIORNAMENTO: 16 DICEMBRE 2020

1. Lunedì 05/10/2020, 11–13. ore: 2(2)

Introduzione al corso. Richiami sulle equazioni differenziali ordinarie (ODE) di ordine n . Omogeneità, linearità. Esempi. Definizione di equazione alle derivate parziali in n variabili di ordine r . Omogeneità, linearità. Classificazione delle equazioni alle derivate parziali del secondo ordine per funzioni in due variabili.

2. Martedì 06/10/2020, 11–13. ore: 2(4)

Equazioni ellittiche, paraboliche e iperboliche. Esempi di modelli matematici che coinvolgono PDEs di tipo ellittico, parabolico e iperbolico: equazione di Poisson, l'equazione del calore e l'equazione delle onde. Problemi stazionari e problemi evolutivi. Esempi di problemi di tipo Dirichlet e di tipo Neumann. Esempi di problemi di tipo Cauchy-Dirichlet e di tipo Cauchy-Neumann.

3. Mercoledì 07/10/2020, 08–10. ore: 2(6)

Richiami sulla risoluzione analitica di ODE: ODE del primo ordine a coefficienti costanti e ODE del secondo ordine a coefficienti costanti omogenee. Esercizi.

4. Lunedì 12/10/2020, 11–13. ore: 2(8)

Risoluzione di ODE del secondo ordine a coefficienti costanti avente come termine noto una funzione esponenziale, un polinomi algebrico e un polinomio trigonometrico.

5. Martedì 13/10/2020, 11–13. ore: 2(10)

Introduzione all'analisi di Fourier. Funzioni periodiche. Periodo fondamentale. Estensione di una funzione per periodicità. Esempi. Funzioni continue a tratti. Armoniche elementari. Polinomio trigonometrico.

6. Mercoledì 14/10/2020, 08–10. ore: 2(12)

Ortogonalità e ortonormalità del sistema trigonometrico. Richiami su spazi di Hilbert e formule di Werner.

7. Lunedì 19/10/2020, 11–13. ore: 2(14)

Calcolo dei coefficienti del polinomio trigonometrico. Serie di Fourier. Esercizio sul calcolo della serie di Fourier di una data funzione.

8. Martedì 20/10/2020, 11–13. ore: 2(16)

Teorema di convergenza della Serie di Fourier. Serie di Fourier di funzioni pari e dispari. Esercizio sulla serie di Fourier.

9. Mercoledì 21/10/2020, 8–10. ore: 2(18)

Integrabilità e derivabilità termine a termine di una serie di Fourier. Applicazione delle serie di Fourier alla risoluzione di equazioni differenziali. Esercizio

10. Lunedì 26/10/2020, 11–13. ore: 2(20)

Il problema di Sturm-Liouville: forma canonica, spettro, proprietà dello spettro, funzione peso. Esercizio.

11. Martedì 27/10/2020, 11–13. ore: 2(22)

Esercizio sul problema di Sturm-Liouville.

12. Mercoledì 28/10/2020, 8–10. ore: 2(24)

Il metodo degli integrali generali: il caso delle equazioni alle derivate parziali del primo ordine.

13. Lunedì 02/11/2020, 11–13. ore: 2(26)

Il metodo degli integrali generali: il caso delle equazioni alle derivate parziali del secondo ordine di tipo iperbolico. Applicazione all'equazione delle onde con velocità e posizione iniziale non nulla. Esercizio.

14. Martedì 03/11/2020, 11–13. ore: 2(28)

Il metodo di separazione delle variabili. Applicazioni al caso di equazioni alle derivate parziali del primo ordine e del secondo ordine di tipo ellittico.

15. Mercoledì 04/11/2020, 8–10. ore: 2(30)

Applicazioni del metodo di separazione delle variabili a PDE di tipo ellittico e di tipo parabolico. La tecnica delle funzioni ausiliarie.

16. Lunedì 09/11/2020, 11–13. ore: 2(32)

Esercizi sul metodo di separazione delle variabili. Determinazione delle funzioni ausiliarie e calcolo dei coefficienti della serie della soluzione.

17. Lunedì 16/11/2020, 11–13. ore: 2(34)

Richiami sul calcolo di autovalori, spettro e raggio spettrale. Matrici dense e matrici sparse. Matrici ortogonali.

18. Martedì 17/11/2020, 11–13. ore: 2(36)

Matrici diagonali, triangolari inferiore e superiore. Matrici simmetriche definite positive e semi-definite positive. Matrici diagonalmente dominanti per righe o colonne. Matrici di permutazione. Matrici riducibili e irriducibili. Esempi e proprietà.

19. Mercoledì 18/11/2020, 08–10. ore: 2(38)

Richiami su norme vettoriali e norme matriciali. Metodi iterativi stazionari del primo ordine. Il metodo di Jacobi e il metodo di Gauss-Seidel.

20. Lunedì 23/11/2020, 11–13. ore: 2(40)

Un primo esercizio sul calcolo delle iterate. Convergenza e consistenza di un metodo iterativo. Condizione sufficiente per la convergenza di un metodo iterativo. Condizione necessaria e sufficiente per la convergenza di un metodo iterativo. Criteri di arresto: scarto tra iterazioni successive, numero massimo di iterazioni, condizione sul residuo.

21. Martedì 24/11/2020, 11–13. ore: 2(42)

Il metodo di Jacobi e il metodo di Gauss-Seidel. Analisi dei metodi, parallelizzabilità. Teoremi di convergenza per matrici simmetriche definite positive e diagonalmente dominanti. Esercizio.

22. Mercoledì 25/11/2020, 8–10. ore: 2(44)

Metodi alle differenze finite per problemi di Cauchy del primo ordine. Equazioni differenziali di ordine superiore al primo: come trasformarle in equazioni del primo ordine. Discretizzazione del dominio. Metodo di Eulero esplicito.

23. Lunedì 30/11/2020, 11–13. ore: 2(46)

Metodo di Eulero implicito e metodo del punto medio: costruzione ed esempi. Analogie e differenze con il metodo di Eulero esplicito: metodi monostep e multistep, espliciti e impliciti.

24. Martedì 01/12/2020, 11–13. ore: 2(48)

Metodi alle differenze finite per una ODE del secondo ordine a valori iniziali. Differenze finite centrali. Schema numerico di discretizzazione alle differenze centrali.

25. Mercoledì 02/12/2020, 08–10. ore: 2(50)

Analisi del sistema lineare che interviene nel metodo di discretizzazione alle differenze centrali. Deduzione sulla convergenza dei metodi iterativi di Gauss-Seidel e Jacobi. Errore teorico di un metodo alle differenze finite centrali per una ODE del secondo ordine: il teorema di Gershgorin.

26. Lunedì 7/12/2020, 11–13. ore: 2(52)

Esercizio sulla risoluzione numerica di una ODE del secondo ordine a valori iniziali. Metodi alle differenze finite per PDE ellittiche. Discretizzazione del dominio.

27. Mercoledì 9/12/2020, 11–13. ore: 2(54)

Schema alle differenze finite centrali per PDE ellittiche (schema a 5 punti). Analisi del sistema. Matrice pentadiagonale.

28. Lunedì 14/12/2020, 11–13. ore: 2(56)

Analisi strutturale del sistema lineare che interviene nel metodo alle differenze finite per PDE ellittiche. Analisi dell'errore teorico di discretizzazione. Metodi alle differenze finite per PDE paraboliche. Discretizzazione, differenze finite centrali e all'indietro, schema numerico.

29. Martedì 15/12/2020, 11–13. ore: 2(58)

Metodi alle differenze finite per PDE paraboliche: analisi della matrice dei coefficienti del risultante sistema lineare e analisi teorica dell'errore. Esercizio.

30. Martedì 16/12/2020, 08–10. ore: 2(60)

Esercizio su metodo alle differenze finite per PDE di tipo ellittico. Scelta del numero dei nodi di discretizzazione per raggiungere una determinata tolleranza fissata a priori.