

REGISTRO DELLE LEZIONI DI
Calcolo Numerico: metodi, modelli e algoritmi
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
Calcolo Numerico
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
6 CFU - A.A. 2021/2022
DOCENTE: PROF.SSA LUISA FERMO
ULTIMO AGGIORNAMENTO: 17 DICEMBRE 2021

1. Martedì 28/09/2021, 11–13. ore: 2(2)

Introduzione al corso. Richiami sulle equazioni differenziali ordinarie (ODE) di ordine n . Omogeneità, linearità. Esempi. Definizione di equazione alle derivate parziali in n variabili di ordine r . Omogeneità, linearità. Classificazione delle equazioni alle derivate parziali del secondo ordine per funzioni in due variabili.

2. Mercoledì 29/09/2021, 8–10. ore: 2(4)

Equazioni ellittiche, paraboliche e iperboliche. Esempi di modelli matematici che coinvolgono PDEs di tipo ellittico, parabolico e iperbolico: equazione di Poisson, l'equazione del calore e l'equazione delle onde. Problemi stazionari e problemi evolutivi. Esempi di problemi di tipo Dirichlet e di tipo Neumann. Esempi di problemi di tipo Cauchy-Dirichlet e di tipo Cauchy-Neumann. Richiami sulla risoluzione analitica di ODE: ODE del primo ordine a coefficienti costanti.

3. Venerdì 01/10/2021, 09–11. ore: 2(6)

Risoluzione di ODE del secondo ordine a coefficienti costanti omogenee. Esercizio. Risoluzione di ODE del secondo ordine a coefficienti costanti avente come termine noto una funzione esponenziale.

4. Martedì 05/10/2021, 11–13. ore: 2(8)

Risoluzione di ODE del secondo ordine a coefficienti costanti avente come termine noto un polinomi algebrico e un polinomio trigonometrico. Introduzione all'analisi di Fourier. Funzioni periodiche. Periodo fondamentale. Estensione di una funzione per periodicità. Esempi. Funzioni continue a tratti. Armoniche elementari.

5. Mercoledì 06/10/2021, 08–10. ore: 2(10)

Polinomio trigonometrico. Ortogonalità del sistema trigonometrico. Richiami su spazi di Hilbert e formule di Werner.

6. Venerdì 08/10/2021, 9–11. ore: 2(12)

L'ortonormalità del sistema trigonometrico. Integrazione di una funzione periodica su un periodo. Calcolo dei coefficienti del polinomio trigonometrico. Serie di Fourier. Esercizio sul calcolo della serie di Fourier di una data funzione.

7. Martedì 12/10/2021, 11–13. ore: 2(14)

Teorema di convergenza della Serie di Fourier. Funzione regolare a tratti. Serie di Fourier di funzioni pari e dispari. Esercizio sulla serie di Fourier.

8. Mercoledì 13/10/2021, 8–10. ore: 2(16)

Lemma di Riemann-Lebesgue. Integrabilità e derivabilità termine a termine di una serie di Fourier. Applicazione delle serie di Fourier alla risoluzione di equazioni differenziali. Esercizio.

9. Venerdì 15/10/2021, 9–11. ore: 2(18)

Esercizio sulla risoluzione di ODE con serie di Fourier. Il problema di Sturm-Liouville: forma canonica, autovalori e autofunzioni, spettro, proprietà dello spettro, funzione peso, ortogonalità delle autofunzioni.

10. Martedì 19/10/2021, 11–13. ore: 2(20)

Esercizio sul problema di Sturm-Liouville: determinazione dello spettro. Sviluppo in serie di funzioni a quadrato integrabile mediante autofunzioni e calcolo dei relativi coefficienti.

11. Mercoledì 20/10/2021, 8–10. ore: 2(22)

Esercizio sul problema di Sturm Liouville. Il metodo degli integrali generali: il caso delle equazioni alle derivate parziali del primo ordine.

12. Venerdì 22/10/2021, 09–11. ore: 2(24)

Il metodo degli integrali generali: il caso delle equazioni alle derivate parziali del secondo ordine di tipo iperbolico. Applicazione all'equazione delle onde con velocità e posizione iniziale non nulla. Esercizio. Il metodo di separazione delle variabili. Applicazioni al caso di equazioni alle derivate parziali del primo ordine.

13. Martedì 26/10/2021, 11–13. ore: 2(26)

Il metodo di separazione delle variabili. Applicazioni al caso di equazioni alle derivate parziali del primo ordine e del secondo ordine di tipo ellittico.

14. Mercoledì 27/10/2021, 8–10. ore: 2(28)

Applicazioni del metodo di separazione delle variabili a PDE di tipo parabolico. La tecnica delle funzioni ausiliarie.

15. Venerdì 29/10/2021, 09–11. ore: 2(30)

Esercizi sul metodo di separazione delle variabili. Determinazione delle funzioni ausiliarie e calcolo dei coefficienti della serie della soluzione.

16. Martedì 02/11/2021, 11–13. ore: 2(32)

Richiami sul calcolo di autovalori, spettro e raggio spettrale. Esercizio. Matrici dense e matrici sparse. Matrici diagonali, triangolari superiori e inferiori. Matrici ortogonali e matrici di permutazione. Matrici simmetriche definite positive e semi-definite positive.

17. Mercoledì 03/11/2021, 08–10. ore: 2(34)

Matrici diagonalmente dominanti per righe o colonne. Matrici riducibili e irriducibili. Esempi e proprietà. Richiami su norme vettoriali e norme matriciali. Metodi iterativi stazionari del primo ordine. Un primo esercizio sul calcolo delle iterate.

18. Venerdì 05/11/2021, 09–11. ore: 2(36)

Convergenza e consistenza di un metodo iterativo. Condizione sufficiente per la convergenza. Condizione necessaria e sufficiente per la convergenza. Criteri di arresto: scarto tra iterazioni successive, numero massimo di iterazioni, condizione sul residuo. Il metodo di Jacobi e il metodo di Gauss-Seidel. Teoremi di convergenza per matrici simmetriche definite positive, diagonalmente dominanti in senso stretto e diagonalmente dominante e irriducibili.

19. Mercoledì 17/11/2021, 08–10. ore: 2(38)

Analisi dei metodi di Jacobi e Gauss-Seidel: parallelizzabilità. Esercizio.

20. Martedì 23/11/2021, 11–13. ore: 2(40)

Metodi alle differenze finite per problemi di Cauchy del primo ordine. Equazioni differenziali di ordine superiore al primo: come trasformarle in equazioni del primo ordine. Discretizzazione del dominio. Differenza finita in avanti. Metodo di Eulero esplicito. Esercizio. Errore globale di discretizzazione. Convergenza del metodo di Eulero.

21. Mercoledì 24/11/2021, 08–10. ore: 2(42)

Analisi della consistenza e stabilità del metodo di Eulero esplicito. Differenza finita all'indietro. Metodo di Eulero implicito. Analogie e differenze con il metodo di Eulero esplicito. Esercizio. Differenza finita centrata. Il metodo del punto medio multistep esplicito. La questione dell'inizializzazione dei metodi multistep.

22. Venerdì 26/11/2021, 09–11. ore: 2(44)

Esercizio sui metodi multistep. Metodi alle differenze finite per una ODE del secondo ordine a valori agli estremi: differenze finite centrali, schema numerico di discretizzazione, una prima analisi del sistema lineare.

23. Martedì 30/11/2021, 11–13. ore: 2(46)

Analisi della matrice del sistema lineare a cui si perviene con il metodo di discretizzazione alle differenze centrali. Scelta del passo di discretizzazione per garantire l'invertibilità e la convergenza dei metodi iterativi di Gauss-Seidel e Jacobi. Errore teorico dell'errore: il teorema di Gershgorin.

24. Mercoledì 1/12/2021, 08–10. ore: 2(48)

Esercizio sulla risoluzione numerica di una ODE del secondo ordine a valori agli estremi. Metodi alle differenze finite per PDE ellittiche. Discretizzazione del dominio.

25. Venerdì 3/12/2021, 09–11. ore: 2(50)

Schema alle differenze finite centrali per PDE ellittiche (schema a 5 punti). Analisi del sistema pentadiagonale. Analisi teorica dell'errore.

26. Martedì 7/12/2021, 11–13. ore: 2(52)

Esercizio su metodi alle differenze finite per PDE ellittiche. Metodi alle differenze finite per PDE iperboliche. Problemi relativi a un eventuale schema a 5 punti. Approssimazione della soluzione ai primi due istanti temporali.

27. Venerdì 10/12/2021, 9–11. ore: 2(54)

Metodi delle differenze finite a sette punti per PDE iperboliche. Analisi della matrice del sistema lineare a cui si perviene.

28. Martedì 14/12/2021, 11–13. ore: 2(56)

Esercizio sulle PDE iperboliche. Metodi alle differenze finite per PDE paraboliche. Discretizzazione, differenze finite centrali e all'indietro, schema numerico.

29. Mercoledì 15/12/2021, 08–10. ore: 2(58)

Metodi alle differenze finite per PDE paraboliche: analisi della matrice dei coefficienti del risultante sistema lineare e analisi teorica dell'errore. Esercizio sulle PDE paraboliche. Esercizio sul metodo di Eulero esplicito.

30. Venerdì 17/12/2021, 09–11. ore: 2(60)

Esercitazione di riepilogo: metodi iterativi per sistemi lineari e metodi alle differenze finite per PDE di tipo ellittico.