

Tutorato Matematica Applicata

Docente: Prof. Giuseppe Rodriguez

Tutor: Marco Ratto

Anno Accademico: 2022-2023

Esercitazione 9 (22 Dicembre 2022)

1. (Prova scritta - 23 Febbraio 2018)

Considerato il seguente sistema di equazioni differenziali del primo ordine

$$\begin{cases} y_1' = xy_1 - y_2, \\ y_2' = y_1 - \frac{y_2}{x}, \\ y_1(2) = 0, \quad y_2(2) = 1, \quad x \in [2, 5]. \end{cases}$$

si approssimi la soluzione in $x = 3$ mediante il metodo di Eulero esplicito con passo $h = \frac{1}{2}$.

2. (Seconda prova intermedia - 10 gennaio 2018)

Trasformare il seguente problema del secondo ordine in un sistema del primo ordine

$$\begin{cases} y'' = 3xy - y', & x \in [\frac{2}{3}, 5], \\ y(\frac{2}{3}) = -1, \quad y'(\frac{2}{3}) = 0. \end{cases}$$

e utilizzare il metodo di Eulero esplicito con passo $h = \frac{1}{3}$ per approssimare la sua soluzione in $x = \frac{4}{3}$.

3. (Seconda prova intermedia 10 gennaio 2018)

Si classifichino i seguenti metodi alle differenze finite:

$$(a) \quad \eta_{k+1} = \eta_k + \frac{h}{\alpha - 3} [f(x_k, \eta_k) + 2f(x_k + 2\beta h, \eta_k + 2\beta h f(x_k, \eta_k))]$$

$$(b) \quad \eta_{k+1} = (\gamma + 1)\eta_k - \gamma\eta_{k-1} + 2h(\gamma + 1)f(x_k, \eta_k)$$

Si determinino i valori dei parametri $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ che rendono stabili entrambi gli schemi. Si dica inoltre quali valori dei parametri coinvolti garantiscono un ordine di convergenza pari a 2 nel metodo monostep.