

TUTORATO DELLE LEZIONI DI  
**MATEMATICA APPLICATA**

A.A. 2019/2020

DOCENTE: DOTT.SSA LUISA FERMO

TUTOR: DOTT.SSA PATRICIA DÍAZ DE ALBA

*Esercitazione del 31/10/2019*

*Riepilogo*

**Esercizio 1** Si consideri il vettore  $\mathbf{w} = [\alpha, 0, 1]^T$  dove  $\alpha$  è un parametro reale. Si calcoli al variare del parametro  $\alpha$  la norma  $\infty$  di  $\mathbf{w}$ , e si dica qual'è quell'unico valore di  $\alpha$  che rende  $w$  un vettore unitario in norma 1 e 2. Si costruisca la matrice  $A = I - 2\mathbf{w}\mathbf{w}^T$  e si dica per quali valori di  $\alpha$  la matrice è singolare. Fissato il valore  $\alpha = 2$  si determini lo spettro e raggio spettrale della matrice.

*Soluzione:*

$$\|\mathbf{w}\|_{\infty} = \begin{cases} |\alpha|, & \alpha < -1 \text{ o } \alpha > 1 \\ 1, & -1 \leq \alpha \leq 1 \end{cases}$$

Per  $\alpha = 0$  il vettore è unitario sia in norma 1 che in norma 2.  $A$  non è mai singolare.  $\sigma(A) = 1, 1, -9$ ,  $\rho(A) = 9$ .

**Esercizio 2** Risolvere, ricorrendo alla serie di Fourier, la seguente equazione differenziale nell'intervallo  $[-2, 2]$  e dire se  $f(x)$  è differenziabile termine a termine

$$y'(x) + y(x) = f(x), \quad f(x) = \begin{cases} 1, & -2 \leq x < 0, \\ 2 + x, & 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

*Soluzione:*

$$y(x) = 2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2}{k^2\pi^2} ((-1)^k - 1) + \frac{4(-1)^k}{4 + k^2\pi^2} \right) \cos\left(\frac{k\pi}{2}x\right) - \frac{8(-1)^k}{k\pi(4 + k^2\pi^2)} \sin\left(\frac{k\pi}{2}x\right)$$

**Esercizio 3** Eseguire i seguenti calcoli

$$1. \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{i(k-2)}{9+(k-2)^2} e^{-3ik} \right\}$$

$$2. \mathcal{F} \left\{ \frac{H(-x) \cos(3x)}{e^{-4x}} \right\}$$

$$3. \mathcal{F} \{ 2xe^{-x} H(x-2) \}$$

*Soluzione:*

$$1. -\frac{1}{2} e^{2i(x-3)} [e^{-3(x-3)} H(x-3) - e^{3(x-3)} H(-x+3)]$$

$$2. \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{4-i(k-3)} + \frac{1}{4-i(k+3)} \right]$$

$$3. \frac{2e^{-2(1+ik)}(3+2ik)}{(1+ik)^2}$$