

TUTORATO DELLE LEZIONI DI
MATEMATICA APPLICATA

A.A. 2018/2019

DOCENTE: DOTT.SSA LUISA FERMO

TUTOR: DOTT.SSA PATRICIA DÍAZ DE ALBA

Esercitazione del 08/11/2018

Trasformate di Fourier

Esercizio 1 [Tratto dalla prova parziale del 14/11/2017 - Compito
1] Eseguire i seguenti calcoli

$$\mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{3 + i(k-2)}{9 + (k-2)^2} e^{-3ik} \right\}, \quad \mathcal{F} \left\{ \frac{\sin 4x \cos 4x}{x e^{-4ix}} \right\}.$$

Soluzione:

$$\mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{3 + i(k-2)}{9 + (k-2)^2} e^{-3ik} \right\} = e^{(2i+3)(x-3)} H(3-x).$$

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{\sin 4x \cos 4x}{x e^{-4ix}} \right\} = \frac{\pi}{2} [H(-k+12) - H(-k-4)].$$

Esercizio 2 [Tratto dalla prova parziale del 15/11/2016 - Compito
1] Eseguire i seguenti calcoli

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{\sin 7x}{2 + 3ix} \right\}, \quad \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{e^{-3ik}}{k^2 - 10k + 28} \right\}.$$

Soluzione:

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{\sin 7x}{2 + 3ix} \right\} = \frac{\pi}{3i} \left[e^{-\frac{2}{3}(-k+7)} H(-k+7) - e^{-\frac{2}{3}(-k-7)} H(-k-7) \right].$$

$$\mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{e^{-3ik}}{k^2 - 10k + 28} \right\} = \frac{\sqrt{3}}{6} e^{5i(x-3)} e^{-\sqrt{3}|x-3|}.$$

Esercizio 3 [Tratto dal recupero della prima prova intermedia del 31/01/2017] Eseguire i seguenti calcoli

$$\mathcal{F} \{3(x-2)e^{-2|x-2|}\}, \quad \mathcal{F}^{-1} \left\{ 9e^{\frac{-(k+4)^2}{4}} \right\}.$$

Soluzione:

$$\mathcal{F} \{3(x-2)e^{-2|x-2|}\} = \frac{-24ike^{-2ik}}{(4+k^2)^2}.$$

$$\mathcal{F}^{-1} \left\{ 9e^{\frac{-(k+4)^2}{4}} \right\} = \frac{9\sqrt{\pi}}{\pi} e^{-4ix-x^2}.$$

Esercizio 4 [Tratto dalla prova del 23/02/2018] Eseguire i seguenti calcoli, dove * indica l'operatore di convoluzione

$$[H(x+3) - H(x-4)] * e^{-|x|}, \quad \mathcal{F} \left\{ (e^{-2x}H(x) \sin 4x) * \left(\frac{e^{-2ix}}{2x^2+1} \right) \right\}.$$

Soluzione:

$$[H(x+3) - H(x-4)] * e^{-|x|} = \begin{cases} e^x[-e^{-4} + e^3], & x < -3 \\ 2 - e^{-x-3} - e^{x-4}, & -3 \leq x < 4 \\ e^{-x}[e^4 - e^{-3}], & x \geq 4. \end{cases}$$

$$\mathcal{F} \left\{ (e^{-2x}H(x) \sin 4x) * \left(\frac{e^{-2ix}}{2x^2+1} \right) \right\} = \frac{\sqrt{2}\pi}{4i} e^{-\frac{1}{\sqrt{2}}|k-2|} \left[\frac{1}{2+i(k-4)} - \frac{1}{2+i(k+4)} \right].$$