

Esercitazione 16 dicembre 2016

Matematica Applicata Ingegneria Biomedica

Patricia Díaz de Alba

1. Trasformare il seguente problema del secondo ordine in un sistema del primo ordine

$$\begin{cases} y'' = 2xy - 1/y', & x \in [1, 5] \\ y(1) = 2, & y'(1) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

e approssimare la soluzione in $x = 3/2$ mediante il metodo di Eulero esplicito, utilizzando il passo $h = \frac{1}{4}$.

2. Dire per quali valori dei parametri $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente metodo alle differenze finite è stabile, per quali è convergente e per quali è del secondo ordine

$$\eta_{k+1} = \eta_k + h \left[\left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) f(x_k, \eta_k) + \frac{\alpha}{3} f(x_k + h, \eta_k + hf(x_k, \eta_k)) \right].$$

Fissato uno di questi valori, applicare il precedente metodo per calcolare le prime due iterate del seguente problema di Cauchy con passo $h = 1/2$

$$\begin{cases} y' = -2xy + 1 & x \in [0, 4] \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

3. Dire per quali valori dei parametri α, β reali positivi il seguente metodo alle differenze finite è stabile, per quali è convergente del secondo ordine

$$\eta_{k+1} = \eta_k + h \left[\left(2 - \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{3}\right) f(x_k, \eta_k) + \frac{\alpha}{3} f(x_k + \alpha h, \eta_k + \alpha h f(x_k, \eta_k)) \right].$$

Stabilire, inoltre, al variare di $\gamma \in \mathbb{R}$, se il seguente metodo multistep è stabile

$$\eta_{k+1} = 2\eta_k - (1 + 4\gamma^2)\eta_{k-1} + h \left[(2 - \gamma) \frac{3}{2} f(x_k, \eta_k) + \frac{\gamma}{2} f(x_{k-1}, \eta_{k-1}) \right].$$