

Trasformate di Fourier di alcune funzioni elementari

	$f(x)$	$F(k)$
impulso esponenziale	$e^{-ax}H(x) \quad (a > 0)$	$\frac{1}{a + ik}$
	$e^{ax}H(-x) \quad (a > 0)$	$\frac{1}{a - ik}$
impulso pari	$e^{-a x } \quad (a > 0)$	$\frac{2a}{a^2 + k^2}$
impulso dispari	$e^{-ax}H(x) - e^{ax}H(-x) \quad (a > 0)$	$-\frac{2ik}{a^2 + k^2}$
onda quadra	$c[H(x+a) - H(x-a)]$	$2ac \frac{\sin ak}{ak}$
delta di Dirac	$\delta(x)$	1
Gaussiana	e^{-x^2}	$\sqrt{\pi}e^{-\frac{k^2}{4}}$

Proprietà della trasformata di Fourier

1. $\mathcal{F}\{\alpha f + \beta g\} = \alpha \mathcal{F}\{f\} + \beta \mathcal{F}\{g\}$
2. $\mathcal{F}\{f(x - x_0)\} = e^{-ix_0k} F(k)$
3. $\mathcal{F}\{e^{ik_0x} f(x)\} = F(k - k_0)$
4. $\mathcal{F}\{f(ax)\} = \frac{1}{|a|} F\left(\frac{k}{a}\right)$
5. $\mathcal{F}\{g\} = f \implies \mathcal{F}\{f\} = 2\pi g(-k)$
6. $\mathcal{F}\{f(x) \cos k_0x\} = \frac{1}{2} [F(k - k_0) + F(k + k_0)]$
7. $\mathcal{F}\{f(x) \sin k_0x\} = \frac{1}{2i} [F(k - k_0) - F(k + k_0)]$
8. $\mathcal{F}\{f'\} = ikF(k), \quad \mathcal{F}\{f^{(n)}\} = (ik)^n F(k)$
9. $\mathcal{F}\{xf(x)\} = iF'(k), \quad \mathcal{F}\{x^n f(x)\} = i^n F^{(n)}(k)$
10. $\mathcal{F}\{f * g\} = F(k)G(k), \quad \mathcal{F}^{-1}\{F(k)G(k)\} = f * g$